



**Universidade Licungo**  
**Delegação de Quelimane – ESTEC**

**Elaborado por:**

Juvenal Júlio Simbine

Seva Jaime Celestino

Manuel Sambique Assicanção

Trabalho referente a cadeira de  
Didáctica de DGD II, a ser ministrada  
no curso de Licenciatura em Educação  
Visual, 7<sup>o</sup> semestre.

Orientado por: dr. João Andissene

**Tema: Alfabeto do plano**

Quelimane

2019

## Índice

1. Introdução .....	3
1.1. Objectivos .....	4
2. Introdução ao Estudo de Desenho e Geometria Descritiva .....	5
2.1. Método de Dupla projecção Ortogonal .....	5
2.1.1. Planos de projecção .....	5
2.1.2. Quadrantes .....	6
2.2. Representação do Ponto .....	7
2.2.1. Projecções do ponto .....	7
3. Representação Diédrica do Plano ou Alfabeto do Plano .....	8
3.1.1. Plano horizontal ou de Nível .....	8
3.1.2. O Plano de Frente .....	9
3.1.3. Plano de Rampa .....	9
3.1.4. Plano de topo (ou Plano Projetante Vertical) .....	10
3.1.5. Plano Vertical (ou Plano Projetante Horizontal) .....	11
3.1.6. Plano Oblíquo .....	11
3.1.7. Plano de Perfil .....	12
3.2. Quadro-resumo .....	13
3.3. Marcação de pontos em planos projectantes .....	13
3.3.1. Marcação de pontos nos planos horizontais, frontal e de perfil .....	14
3.3.2. Marcação de pontos nos planos de topo e verticais .....	15
3.4. Marcação de pontos em planos não projectantes. ....	15
3.4.1. Marcação de pontos no plano oblíquo .....	16
4. Conclusão .....	19
5. Bibliografia .....	20

## **1. Introdução**

Na presente ficha de conteúdos e exercícios referente a disciplina de Desenho e Geometria descritiva, pretende-se dar possíveis saberes referente a matéria do Alfabeto de Plano, matéria da 11<sup>a</sup> Classe, encontrada como 4<sup>a</sup> Unidade Temática do Ensino Geral.

Para a sua compreensão ira-se dar possíveis definições do próprio plano, de modo a explicar com mais coerência, visto que poderemos expor as suas posições laterais, os seus conceitos e a marcação de pontos em diversos planos.

Na sua introdutora esta explícito o surgimento da geometria descritiva, o seu pioneiro e as definições básicas que facilitaram na compreensão e resolução dos exercício que tem a ver com planos.

## **1.1. Objectivos**

- Desenvolver a capacidade da Representação Diédrica do Plano

### **Específicos**

- Conhecer o alfabeto do plano;
- Definir os planos e as suas posições;
- Reconhecer as posições particulares dos planos.

### **Metodologia**

Para a realização do presente trabalho, recorreu-se ao método bibliográfico.

## 2. Introdução ao Estudo de Desenho e Geometria Descritiva

A Geometria Descritiva permite representar, sobre um plano, figuras do espaço. Conseguem-se, através deste sistema, resolver no plano problemas de geometria em que se consideram três dimensões.

Foi Gaspard Monge (1746-1818), oficial e professor francês do tempo da Revolução Francesa, quem sistematizou esta ciência no seu tratado “Géometrie Descrptive. Leçons donnés aux Écoles normales, l’an 3 de la Republique (1794-1795), Paris, l’an VII (1798-1799)”.

É curioso referir que a publicação do tratado de Monge foi alvo de grande sigilo durante certo tempo, pois o sistema por ele inventado era considerado segredo militar de grande valor nos projetos de fortificações.

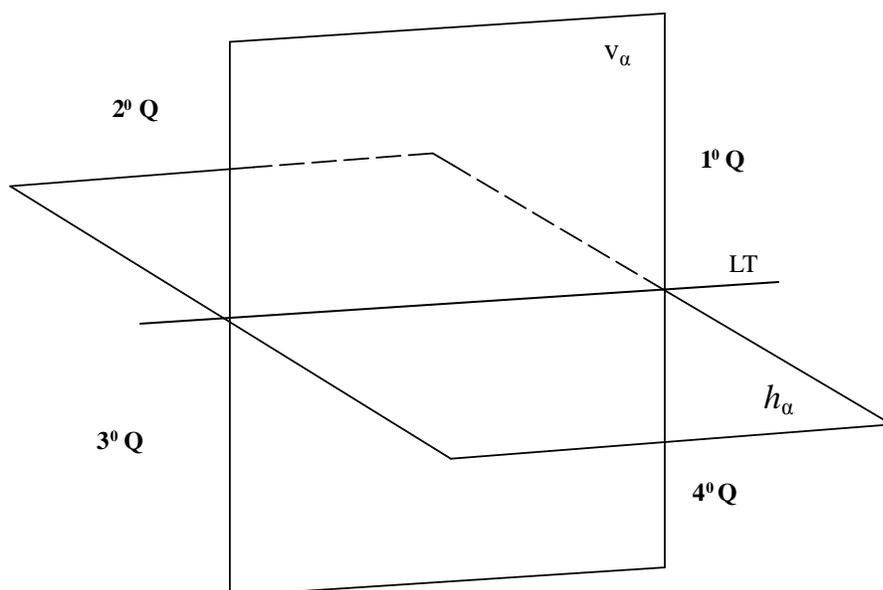
Na base do sistema de Monge encontra-se o método da dupla projecção ortogonal, que utiliza dois planos de projecção perpendiculares entre si.

### 2.1. Método de Dupla projecção Ortogonal

#### 2.1.1. Planos de projecção

Neste método, consideram-se dois planos perpendiculares entre si, onde na sua intersecção fazem surgir o eixo x ou a Linha de Terra (LT)

Estes planos designam-se por Plano Horizontal de projecção ( $h_{\alpha}$ ) e Plano Vertical de projecção ( $v_{\alpha}$ ).



### 2.1.2. Quadrantes

A **LT** divide o Plano Horizontal de projecção ( $h_0$ ) nos seguintes semiplanos:

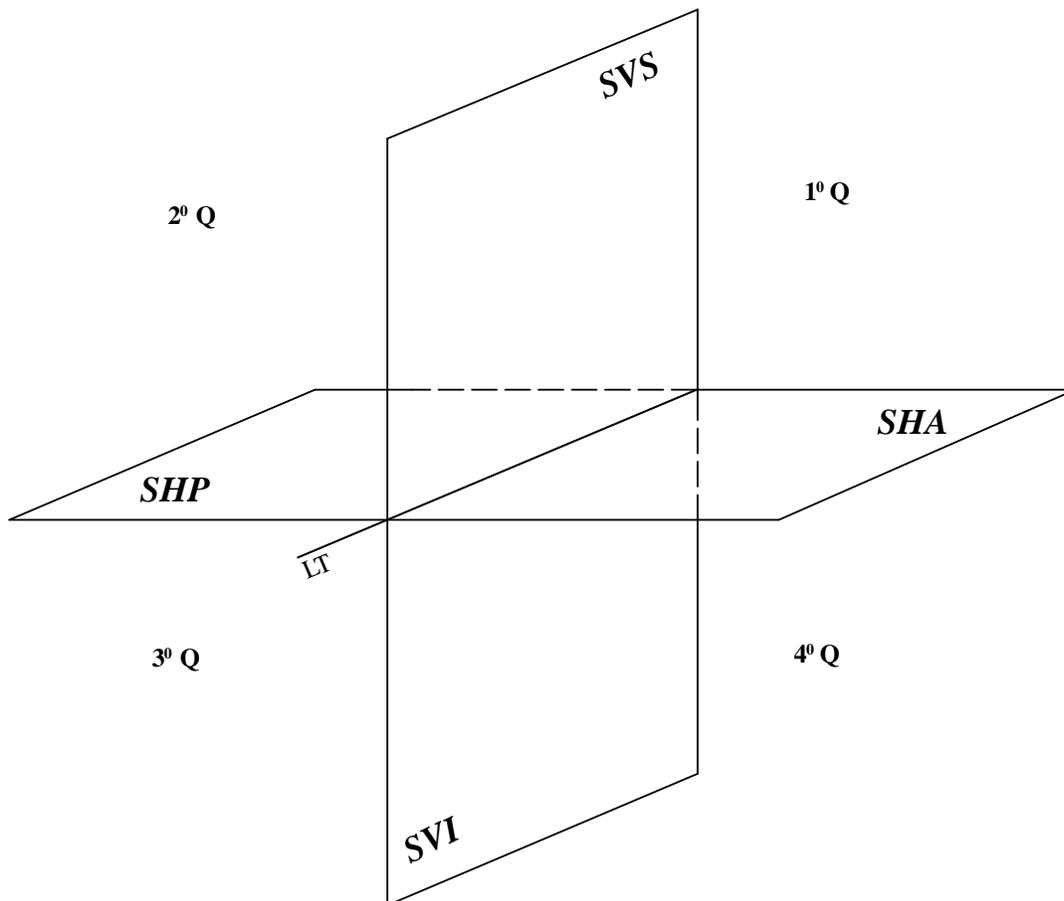
*Semiplano Horizontal Anterior (SHA)*;

*Semiplano Horizontal Posterior (SHP)*;

e o Plano Vertical de projecção ( $v_0$ ) nos seguintes semiplanos:

*Semiplano Vertical Superior (SVS)*;

*Semiplano Vertical Inferior (SVI)*.



O espaço de desenho é dividido pelos Planos de projecção em quatro (4) quadrantes ou (4) diedros rectos, que são os seguintes:

- Primeiro Quadrante (I Q) - limitado pelos semiplanos SHA e SVS;
- Segundo Quadrante (II Q) - limitado pelos semiplanos SHP e SVS;
- Terceiro Quadrante (III Q) - limitado pelos semiplanos SHP e SVI;
- Quarto Quadrante (IV Q) - limitado pelos semiplanos SHA e SVI.

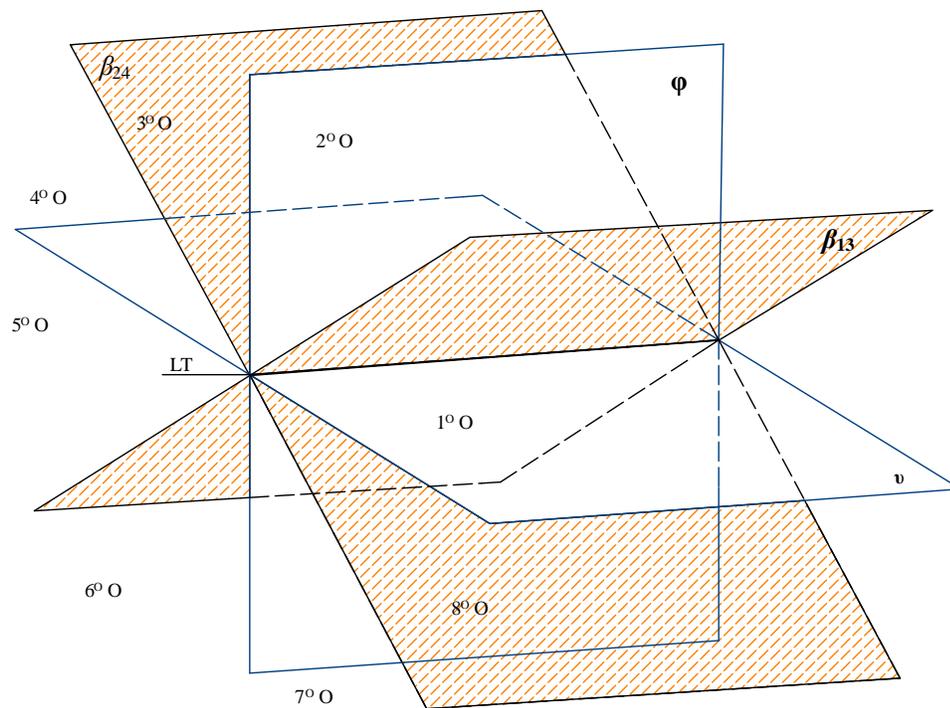
## Planos Bissectores

Fora dos Planos de projecção, consideram-se também os Planos Bissectores dos (4) quadrantes, que são os seguintes:

O **Plano Bissector** dos quadrantes ímpares que passa do 1º e 3º Quadrantes, designado por  $\beta_{13}$  e o **Plano Bissector** dos quadrantes pares que passa do 2º e 4º Quadrantes, que se designa por  $\beta_{24}$ .

Estes planos bissectam os (4) quadrantes, dividindo cada um deles em dois octantes iguais.

Para além dos Planos de projecção  $v$  e  $h$ , nestes dois planos  $\beta_{13}$  e  $\beta_{24}$ , obtemos uma divisão do espaço em oito partes iguais, que são designados de octantes.



## 2.2. Representação do Ponto

### 2.2.1. Projecções do ponto

A projecção ortogonal de um ponto do espaço sobre um Plano de projecção é o ponto de intersecção da recta perpendicular ao plano (projectante) que contém esse ponto com o Plano de Projecção. GARLINHO (2012)

No método da dupla projecção ortogonal, fixa-se a posição dum ponto P qualquer do espaço por meio das suas projecções ortogonais sobre os Planos de Projecção.

Chama-se projecção horizontal de P à projecção ortogonal P' sobre o plano horizontal. De modo semelhante que chama-se projecção vertical de P à sua projecção ortogonal P'' sobre o plano vertical.

### 3. Representação Diédrica do Plano ou Alfabeto do Plano

O alfabeto do plano é em geral o conjunto das posições gerais que um plano pode conter em relação aos planos de projecção. Ao longo do parágrafo, apresentam-se essas posições, assim como posições particulares que alguns planos podem conter. Mostra-se rectas que podem existir em cada plano e como se marcam pontos nos mesmos planos. Irão se expor diversos modos de apresentação e definição dos planos.

É importante referir que, um plano pode assumir diferentes designações, segundo a sua posição comparativamente aos Planos de Projecção.

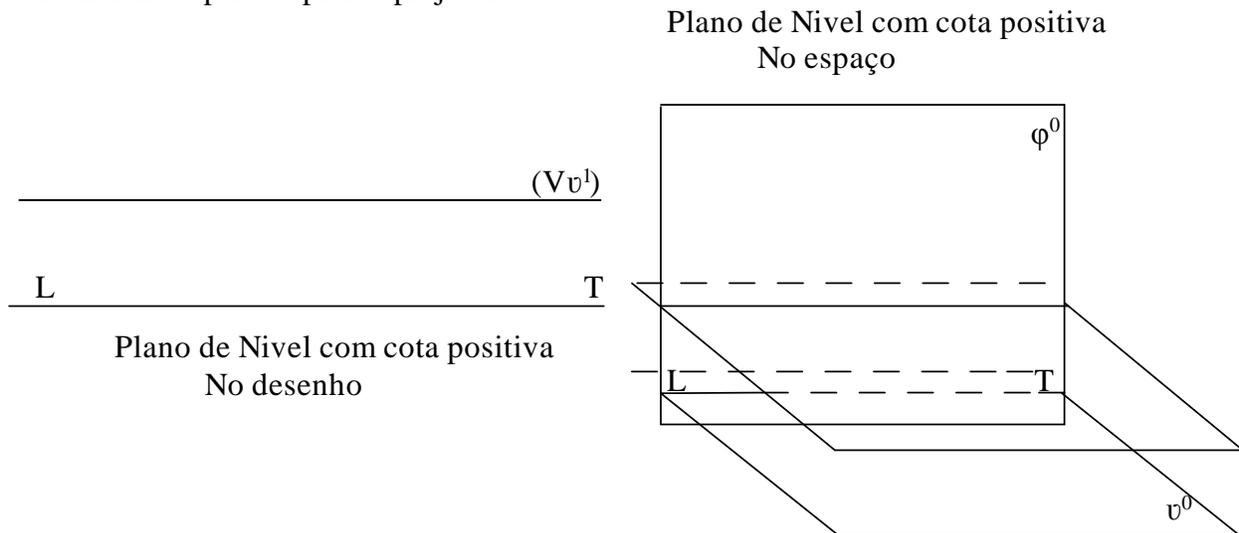
#### 3.1.1. Plano horizontal ou de Nível

O plano horizontal, ele é similar (**paralelo**) ao plano horizontal de projecção e perpendicular ao plano frontal de projecção. Este, apenas tem traço frontal.

O plano é projectante frontal, uma vez que as figuras que ele pode incluir ficam projetadas frontalmente no seu traço.

Diz-se são traços os rectos onde os planos cruzam os planos de projecção.

A designação do traço vertical de um Plano de Nível deve ser colocada entre parênteses- notação convencional para os planos projetantes.

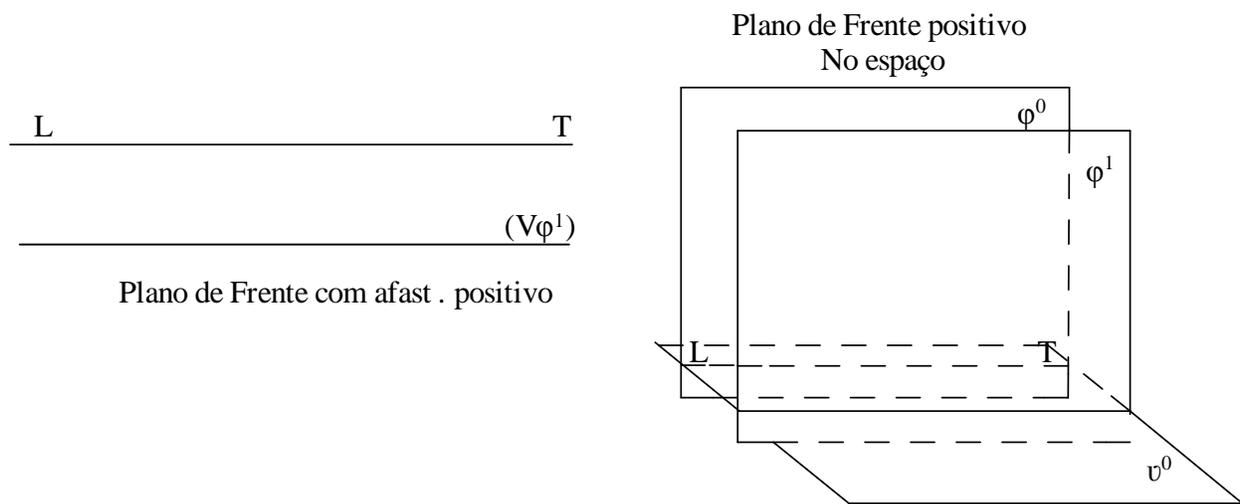


Qualquer figura existente num Plano de Nível projeta-se em verdadeira grandeza no plano horizontal de projecção. Visto que, a projecção vertical da mesma figura no mesmo contexto está sobre o traço vertical desse plano.

### 3.1.2. O Plano de Frente

O plano frontal é similar (Paralelo) ao plano frontal de projecção e vertical (perpendicular) ao plano horizontal de projecção. Este, tem apenas traço horizontal. Este plano é projectante horizontal, visto que as figuras que ele pode possuir ficam projetadas horizontalmente no seu traço.

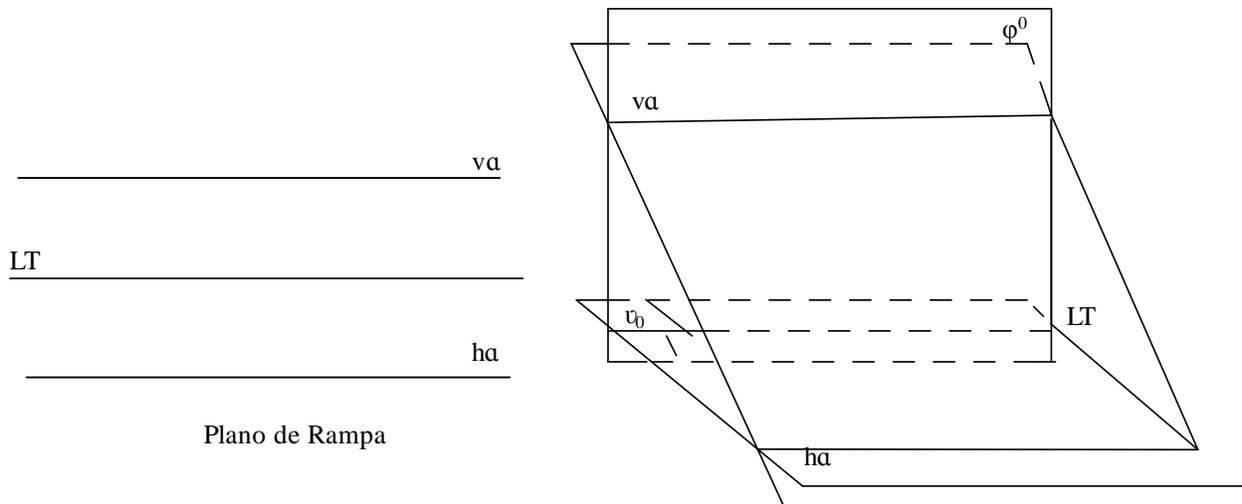
A nomeação do traço vertical de um Plano de frente deve ser situada entre parêntesis, adotando o sinal já referida.



### 3.1.3. Plano de Rampa

É Plano de Rampa a todo aquele plano oblíquo em relação a ambos Planos de Projecção e paralelo a Linha de Terra.

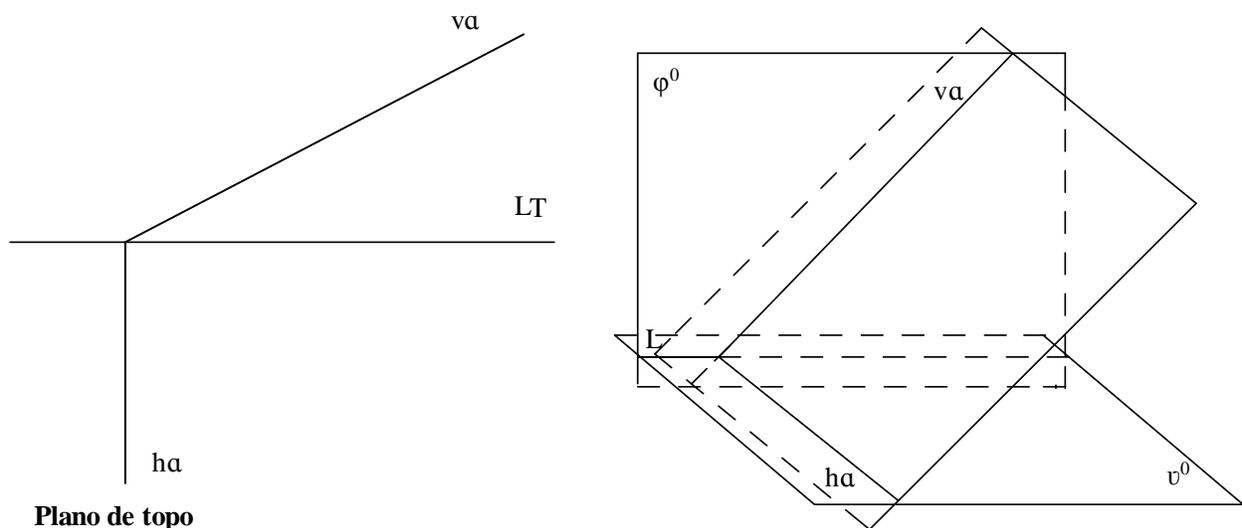
Um Plano de Rampa perfura sempre três quadrantes do espaço. Os seus traços sempre são paralelos à Linha de Terra, enquanto os seus planos posicionam-se obliquamente em relação aos planos horizontais e vertical.



O plano de rampa, atravessa sempre os seguintes quadrantes: a) I, II e III Q; b) II, III e IV Q; c) I, IV e III Q.

### 3.1.4. Plano de topo (ou Plano Projetante Vertical)

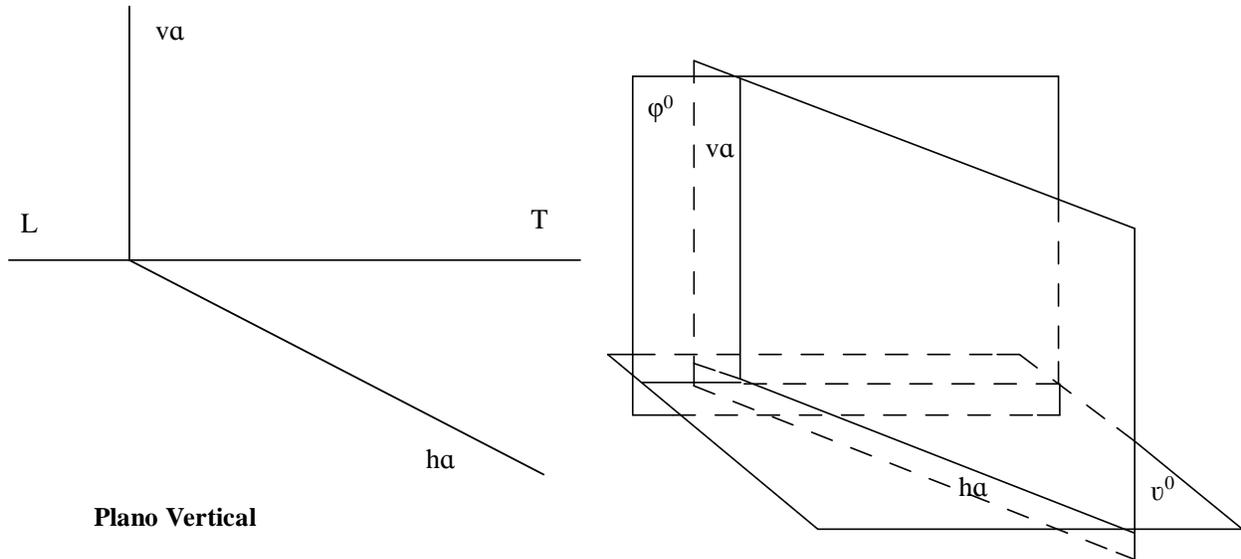
O plano de topo é vertical (perpendicular) ao plano frontal de projecção, e oblíquo ao plano horizontal de projecção. Este, tem dois traços. Este plano é projectante frontal, visto que todas as figuras que nele hajam encontram-se projectadas frontalmente no seu traço frontal.



### 3.1.5. Plano Vertical (ou Plano Projectante Horizontal)

O plano vertical é inclinado (oblíquo) ao plano frontal de projecção e vertical (perpendicular) ao plano horizontal de projecção. Este, tem apenas dois traços.

O traço vertical de um plano projectante horizontal é vertical (perpendicular) ao eixo X ou à Linha de Terra e o traço horizontal é oblíquo. O Plano Vertical é um plano projectante horizontal pois qualquer figura que lhe incumba projecta-se sobre o seu traço vertical.

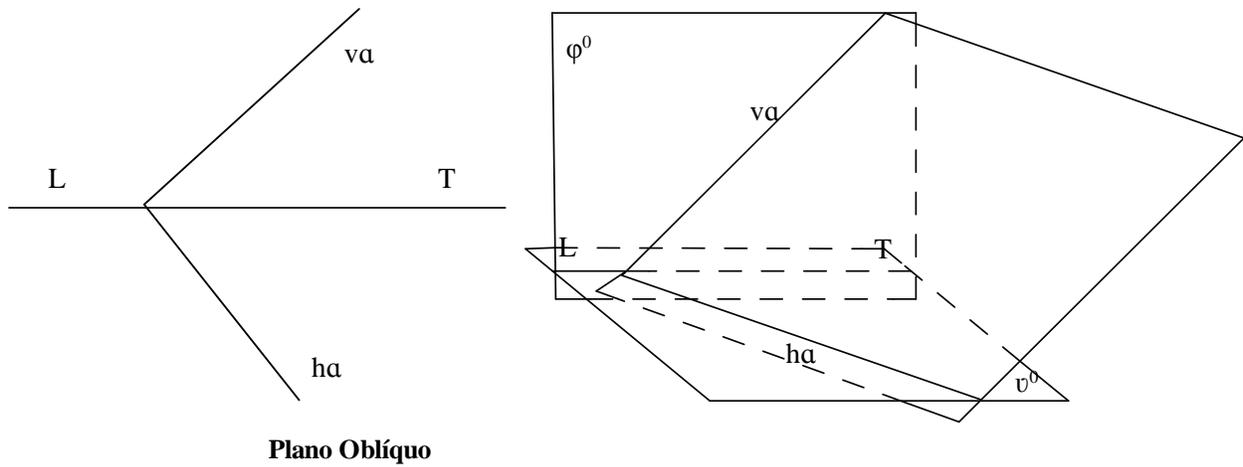


### 3.1.6. Plano Oblíquo

É um plano oblíquo em relação a ambos Planos de Projecção.

Os seus traços são oblíquos em relação à Linha de Terra e concorrem num ponto desta linha.

É correcto afirmar ainda que, O plano oblíquo é oblíquo aos dois planos de projecção e oblíquo ao eixo x. Este, tem apenas dois traços. É importante referir que o plano oblíquo não é projectante.

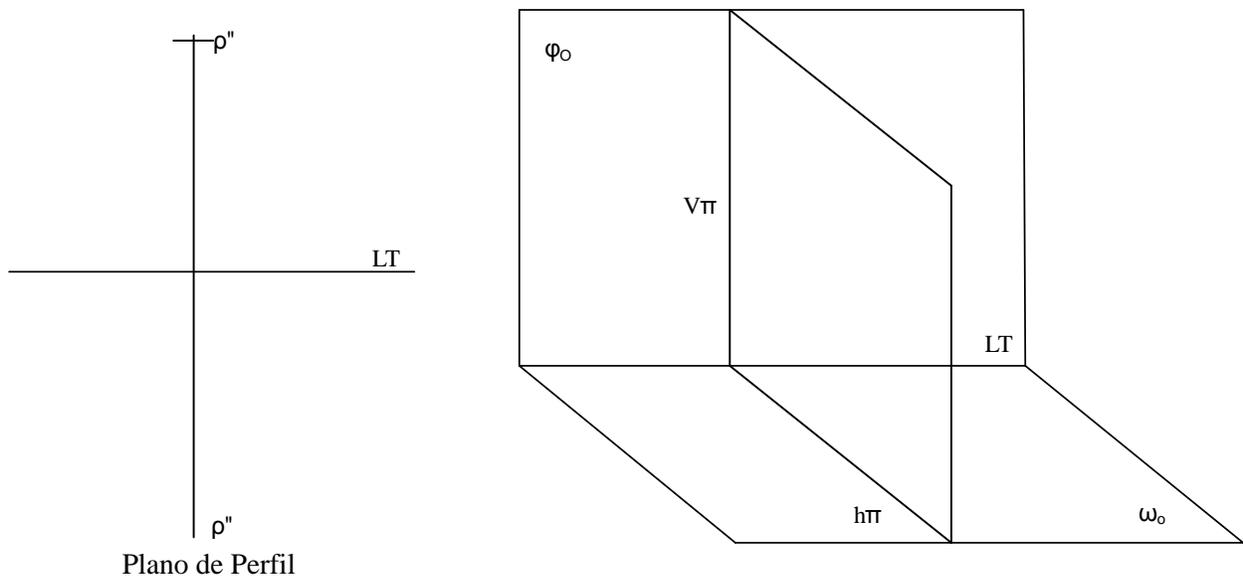


### 3.1.7. Plano de Perfil

É um plano vertical (perpendicular) em relação aos dois Planos de projecção e, concludentemente, perpendicular à Linha de Terra.

Este plano é duplamente projectante, sendo que os seus traços horizontais e verticais concorrem no plano do desenho, numa mesma perpendicular a Linha de Terra, e contêm as projecções de mesmo nome de todas as figuras que se situem nesse plano.

Tal como no caso da recta de perfil, uma figura situada num Plano de Perfil não fica completamente definida pelas suas projecções.



### 3.2. Quadro-resumo

Na tabela abaixo encontramos de forma sistematizada as principais características das posições dos planos:

Posição em relação aos planos de projecção		Designação	Traços
<b><i>Planos Paralelos a um determinado Plano de projecção</i></b>			
<i>Projectante Frontal</i>	Paralelo ao plano horizontal	<b>Plano Horizontal (de nível)</b>	hv não existe vφ // à LT
<i>Projectante horizontal</i>	Paralelo ao plano Frontal	<b>Plano Frontal (de frente)</b>	hv // à LT vφ não existe
<i>Duplamente projectante</i>	Paralelo ao plano de perfil	<b>Plano Perfil</b>	⊢ à hv, vφ e à LT
<b><i>Planos Perpendiculares a um determinado Plano de projecção</i></b>			
<i>Projectante Frontal</i>	Perpendicular ao plano frontal	<b>Plano de Topo</b>	hv ⊢ à LT vφ ⊢ à LT
<i>Projectante horizontal</i>	Perpendicular ao plano horizontal	<b>Plano Vertical</b>	hv ⊢ à LT vφ ⊢ à LT
<i>Projectante lateral</i>	Perpendicular ao plano de perfil	<b>Plano de Rampa</b>	hv // à LT vφ // à LT
<i>Não projectante</i>	Oblíquo em todos os seus planos	<b>Plano Oblíquo</b>	Concorrentes a LT

### 3.3. Marcação de pontos em planos projectantes

Para este caso, a marcação de pontos em planos projectantes faz-se directamente, uma vez que uma das projecções do ponto fica sempre no traço sobre o qual o plano é projectante. No caso do plano de perfil (uma vez que é duplamente projectante) ambas as projecções do ponto ficam em ambos os traços.

### 3.3.1. Marcação de pontos nos planos horizontais, frontal e de perfil

O plano horizontal  $\alpha$  tem 3cm de cota; os pontos que lhe pertencem têm também essa medida.

As coordenadas dos pontos representados no plano  $\alpha$  são:

A (1;2) B (-1;2)

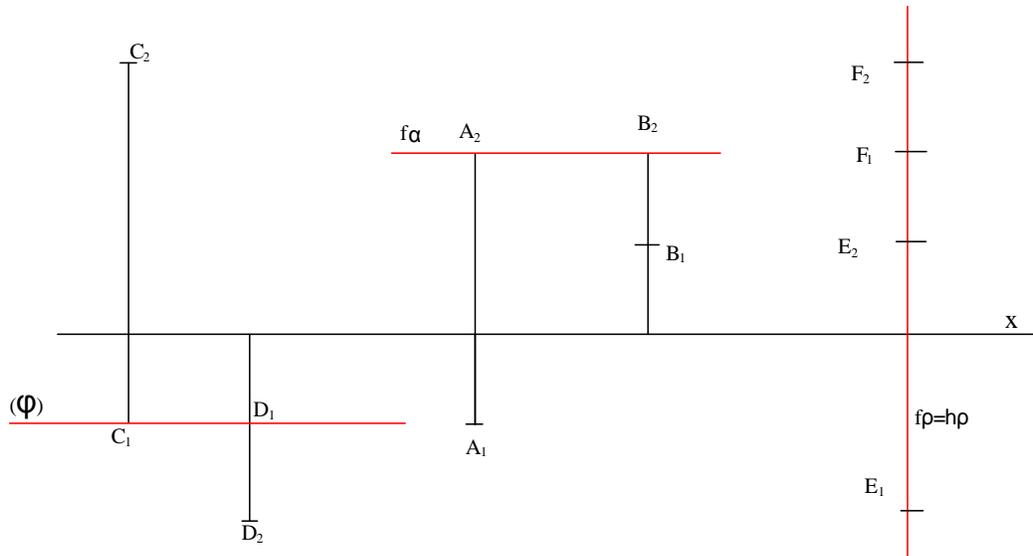
O plano frontal  $\varphi$  tem 1,5 cm de afastamento; os pontos que lhe pertencem terão essa medida.

As coordenadas dos pontos representados no plano  $\varphi$  são:

C (1;3) D (1;-2)

As coordenadas dos pontos representados no plano  $\rho$  são:

E (2;1) F (-2;3)



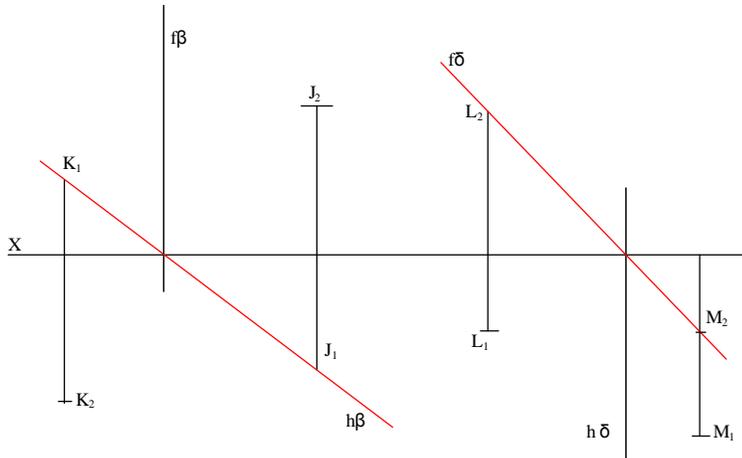
### 3.3.2. Marcação de pontos nos planos de topo e verticais

As coordenadas dos pontos representados no plano  $\beta$  são:

J (1,5;2) K (-1;-2)

As coordenadas dos pontos representados no plano  $\delta$  são:

L (1;2) M (2,5;-1)



### 3.4. Marcação de pontos em planos não projectantes.

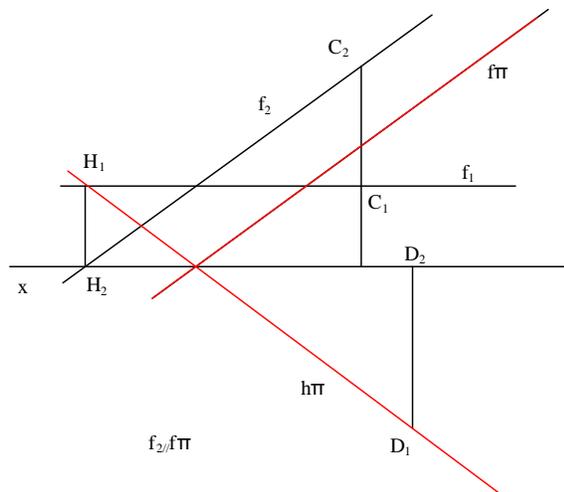
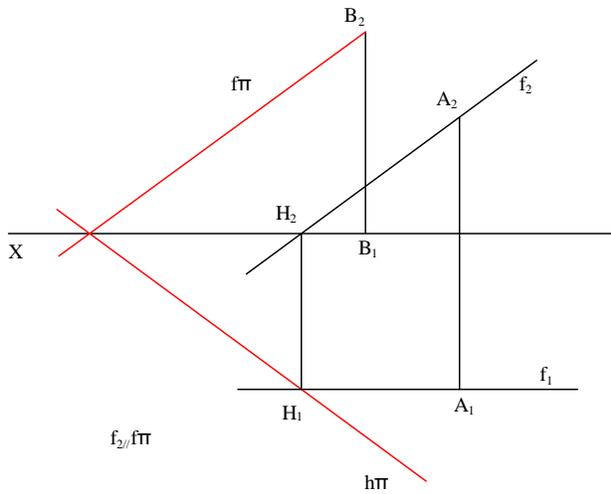
Para este caso, a marcação de pontos em planos não projectantes faz-se com meio a rectas auxiliares desses planos. Apenas os pontos colocados nos traços se podem marcar directamente.

### 3.4.1. Marcação de pontos no plano oblíquo

Para marcar pontos no plano oblíquo deve utilizar-se uma recta frontal ou horizontal do plano, a mesma que tem as coordenadas do ponto. Para o caso, optou-se por utilizar rectas frontais nos mesmos planos e casos, que definem, à partida, as medidas dos afastamentos dos pontos dados.

Nesta ordem, os pontos marcados têm as seguintes coordenadas:

A (2;1,5) B (0;2,5) C (-1;2,5) D (2;0).

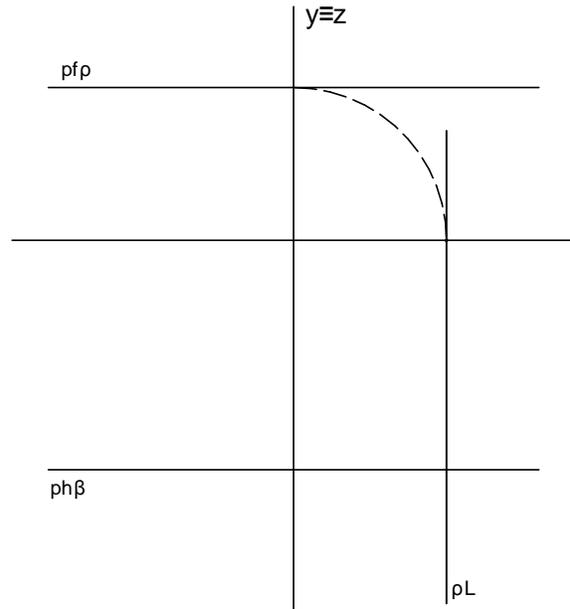
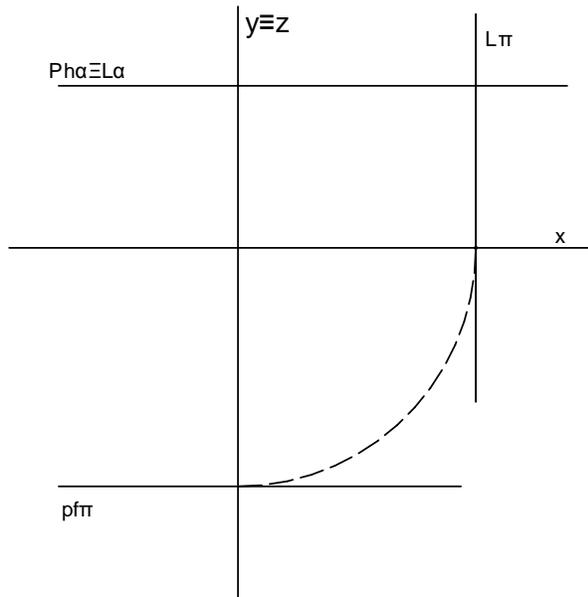


## Exercícios e devidas resoluções

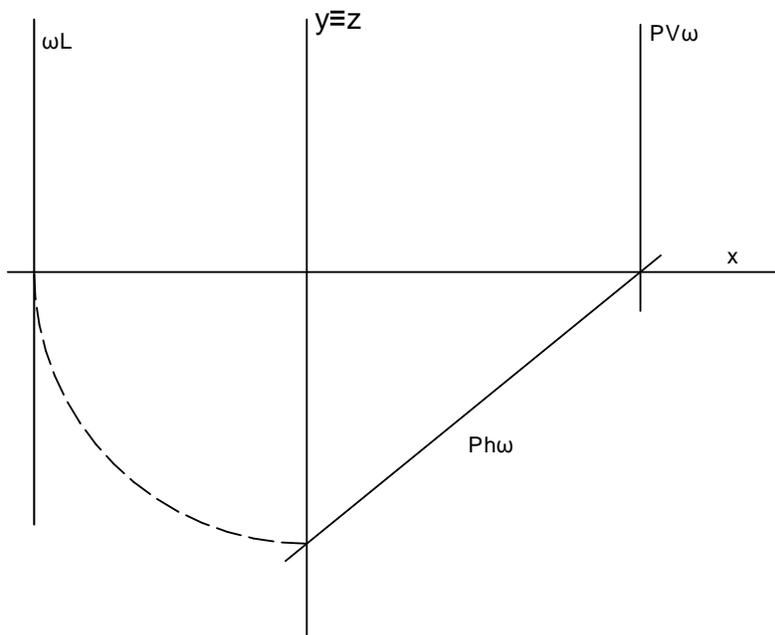
1-Representar os traços principais os seguintes planos , 2. Representar os traços principais os seguintes planos , determinando de seguida os laterais :

- Plano horizontal  $\alpha$ , com 2cm de cota
- Plano frontal  $\pi$ , com 3cm de afastamento

- Plano horizontal  $\beta$ , com -3cm de cota
- Plano frontal  $\rho$ , com -2cm de afastamento

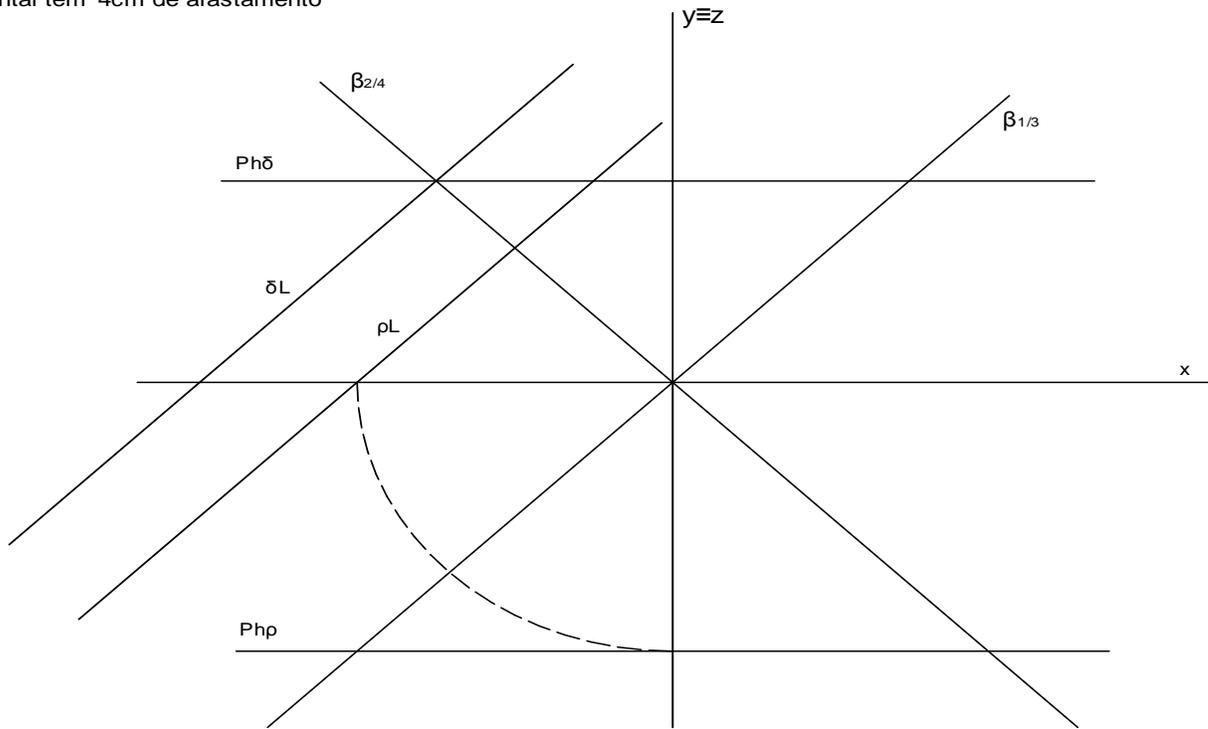


3. Representar os traços principais do plano vertical  $\omega$ , que cruza o eixo x num ponto com 4cm de abcis-sa e faz  $40^\circ$ ad. Determinar o seu traço lateral .



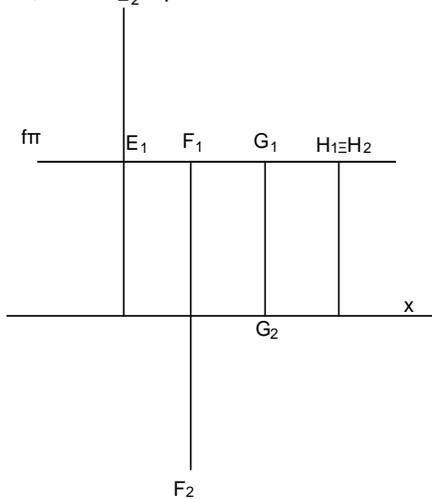
4. Representar os traços principais dos seguintes planos de rampa, e determinar os seus laterais:

- Plano  $\delta$ , perpendicular ao  $\beta_{2/4}$ , cujo traço horizontal tem -3cm de afastamento
- Plano  $\rho$ , paralelo ao  $\beta_{1/3}$ , cujo traço horizontal tem 4cm de afastamento



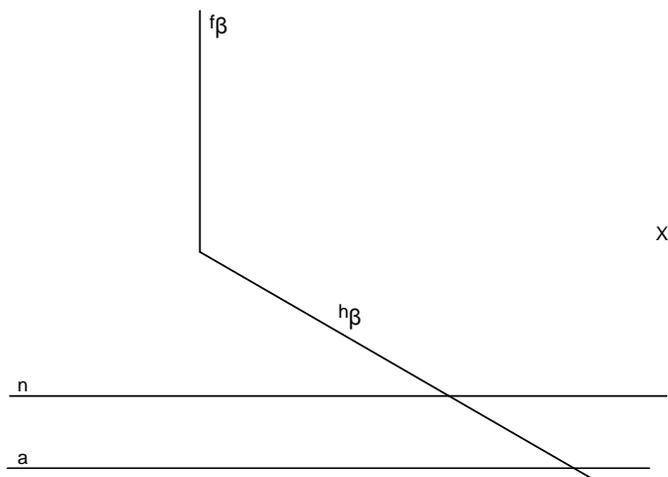
5. Representar o plano frontal  $\pi$ , com -2cm de afastamento. Marcar os seus pontos:

- E, com 4cm de cota
- F, com -2cm de cota
- G, situado no plano horizontal de projeção
- H, situado no  $\beta_{1/3}$



6. Representar o plano horizontal  $\theta$ , com -2cm de cota. Determinar as suas retas:

- t, de topo
- n, horizontal, fazendo  $60^\circ$  ad
- a, fronto-horizontal, com 3cm de afastamento



#### **4. Conclusão**

Após ter chegado no fim da realização do presente trabalho, contacta-se que a disciplina de Geometria descritiva leva como bases para a sua compreensão a sua forma introdutora e as devidas definições ou conceitos de pontos, rectas e planos. Os planos ou alfabeto de plano são de fácil compreensão quando melhor são percebidas as suas posições laterais na sua diversidade, o que poderá facilitar na representação e marcação de pontos e rectas nos planos.

## 5. Bibliografia

GALRINHO, A. **Manual de Geometria Descritiva.**, 2ª edição, 2012.

CARVALHO, B. A. **Desenho geométrico.** 2 ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 2008;

LACOURT, H. **Noções e fundamentos de geometria descritiva.** Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1995;

MONTENEGRO, G. **Geometria descritiva.** v.1. São Paulo: Edgard Blücher, 2004;

PEREIRA, A. A. **Geometria descritiva 1.** Rio de Janeiro: Quartet, 2001;

SILVA, A., RIBEIRO, C. T.; DIAS, J.; SOUSA, L. **Desenho técnico moderno.** 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006;

GASPARD MONGE. In: Wikipedia, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2019. Disponível em:

<[Http://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Gaspard\\_Monge&oldid=26974930](http://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Gaspard_Monge&oldid=26974930)>. Acesso em: 12 Maio. 2019.