Obtendo a constante 1,155 do cálculo de hexágonos

Por José Vieira da Silva

Trabalhar com a fabricação de peças mecânicas, como sabemos, requer um conhecimento especializado. Dentre os muitos conhecimentos que precisamos dominar, estão a matemática e a interpretação de representações gráficas das peças, conhecidas como os típicos desenhos técnicos. Hoje, obviamente, tais representações estão bem mais precisas e sofisticadas por causa do auxílio dos poderosos programas gráficos. Por exemplo, o projetista muitas das vezes necessitava fazer o cálculo de áreas, perímetros ou alguma medida desconhecida, do tipo a diagonal de um quadrado, a dimensão entre vértices de um "sextavado", entre tantos outros, de uma forma convencional, usando a velha e boa calculadora. Atualmente, por causa do uso excessivo de tecnologias e impelido pelo imediatismo típico do mundo moderno, este tipo de procedimento está quase extinto. Isso não é bom. No caso da matemática, mesmo com toda essa modernidade viva e pulsante - mesmo assim - não dá para fugir das fórmulas e constantes, principalmente no caso da usinagem convencional, onde a multiplicidade de formas geométricas e perfis demanda igualmente uma multiplicidade de raciocínios e modos de fabricação por parte do torneiro ou fresador. Saber lidar com números e constantes facilita muito o trabalho diário.

Imaginemos uma situação hipotética para fins desse artigo. Digamos que você precise fabricar uma determinada peça representada pelo desenho abaixo, figura 1, no qual a medida entre vértices foi omitida pelo projetista. Imagine ainda que não existe por perto um computador com programa gráfico ou similar. Você dispõe apenas de uma simples calculadora de bolso. O que fazer?

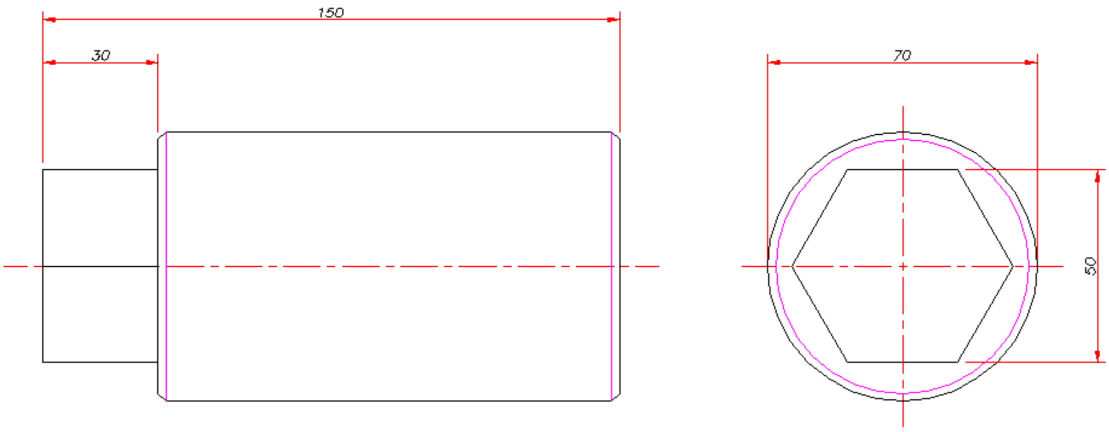

Figura 1-peça a ser fabricada

Trata-se de um corpo cilíndrico com um elemento "sextavado" na extremidade, geometria muito comum na mecânica. Antes de tudo, como é de nosso conhecimento, o material precisa ser trabalhado pelo processo de torneamento, sendo o fresamento a operação posterior. Em outras palavras, antes de ser um "sextavado", ele deve ser cilíndrico, cuja medida obtemos pela multiplicação da medida entre faces, no caso 50mm, pela famosa constante 1,155, que é um valor arredondado. Então, o valor do diâmetro fica: 1,155 x 50 = 57,75. Como os vértices do elemento "sextavado", ao final da usinagem, devem ficar perfeitamente agudos, deve-se arredondar esta medida para um valor conveniente, por exemplo 58,5.

No entanto, algum curioso (e são esses os responsáveis pelo aperfeiçoamento do conhecimento dos docentes) poderia perguntar: de onde vem tal constante? Com um conhecimento básico de geometria é possível determiná-la.

Demonstremos.

O elemento “sextavado”, assim denominado na mecânica corrente, é, na verdade, um polígono regular hexagonal, podendo ser decomposto em triângulos equiláteros. Na figura 2, podemos observar essa decomposição, com os seus respectivos vértices.

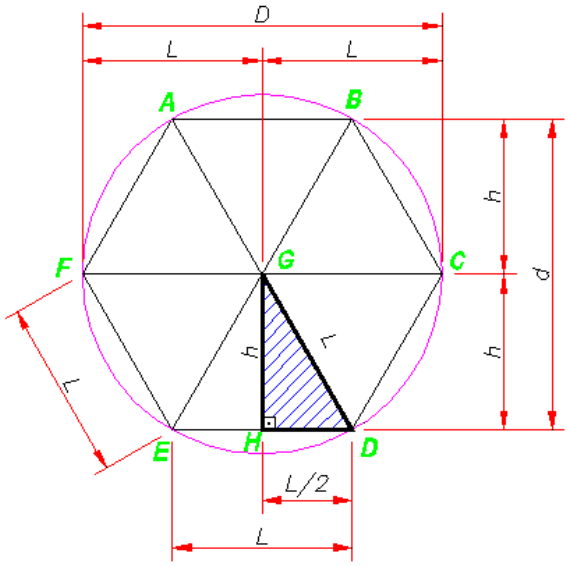

Figura 2-elementos do hexágono regular

Logicamente, estamos interessados no valor de *D*, obtido a partir de *d*, ou seja, precisamos satisfazer a relação:

$$\frac{D}{d} = 1{,}155$$

Ou:

$$D = 1{,}155xd$$

Só para lembrar, sabemos que em um triângulo equilátero os seus lados são iguais. Logo, cada um de seus ângulos internos vale 60 graus. Significa dizer, ainda, que podemos aplicar algumas relações bastante conhecidas na matemática: Teorema de Pitágoras; seno, cosseno ou tangente; a Lei dos Senos ou dos Cossenos, etc.

Ainda pela figura 2, D = 2.L e d = 2.h. Baseado nessa figura, determinemos, pois, L e h. Usando Pitágoras no triângulo GDH, fica:

$$L^2 = h^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$L^2 = h^2 + \frac{L^2}{4}$$

$$4L^2 = 4h^2 + L^2$$

$$4L^2 - L^2 = 4h^2$$

$$3L^2 = 4h^2$$

$$L^2 = \frac{4h^2}{3} = \sqrt{\frac{4h^2}{3}} = \frac{\sqrt{4h^2}}{\sqrt{3}} = \frac{2h}{\sqrt{3}} = \frac{2h\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}h}{3}$$

$$L = \frac{2\sqrt{3}h}{3}$$

Pela mesma expressão extraímos h:

$$h = \frac{L\sqrt{3}}{2}(I)$$

Mas:

$$d = 2xh(II)$$

Substituindo (I) em (II), resulta:

$$d = 2xh$$

$$d = \frac{2xL\sqrt{3}}{2}$$

$$d = Lx\sqrt{3}$$

Extraindo L dessa equação, considerando raiz de 3 com três casas decimais e substituindo em D=2xL, fica:

$$L = \frac{d}{\sqrt{3}} = \frac{d\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{d\sqrt{3}}{3}$$

$$L = \frac{d\sqrt{3}}{3}$$

$$D = 2xL$$

$$D = 2.\frac{d\sqrt{3}}{3} = \frac{2.d\sqrt{3}}{3} = \frac{2x1{,}732xd}{3} = \frac{3{,}464xd}{3} = 1{,}1546xd$$

$D = 1{,}155xd$ (c.q.d)