

# ESTIMATIVA DO NÚMERO DE CICLOS MÁXIMO QUE UMA PEÇA FABRICADA EM AÇO API-5L X-60 PODE SER SUBMETIDA, UTILIZANDO O MÉTODO DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL FORM E A EQUAÇÃO DE SCHAWALBE.

*Revisado em Teresópolis, 2014*

*Original Rio de Janeiro, 2011*

*Adriano da Silva Brito*

## Resumo

O presente trabalho tem como objeto o cálculo da estimativa do número de ciclos máximo que uma determinada peça fabricada em aço API-5L X-60 pode ser submetida antes de atingir um índice de confiabilidade considerado crítico. Inicialmente serão apresentadas as equações utilizadas para propagação de trinca por fadiga e os métodos empregados para avaliação da Confiabilidade Estrutural, em seguida será realizada uma aplicação numérica, para cálculo do número máximo de ciclos de fadiga que uma peça fabricada Aço API-5L X-60 pode ser submetida, utilizando o método FORM para cálculo do índice de confiabilidade estrutural e a Equação de Schawalbe para modelagem da propagação de trincas por fadiga.

**Palavras Chave:** Propagação de trincas por fadiga, equação de Schawalbe, confiabilidade estrutural, método FORM

## 1 – Introdução

Os aços da série API-5L são amplamente empregados na indústria do petróleo, principalmente na construção de gasodutos e oleodutos. Embora nos últimos anos tenha crescido no Brasil o uso de aços API-5L X-70 para construção de dutos rígidos, a maior parte da malha de dutos de óleo e gás no Brasil, ainda é constituída de dutos API-5L X-60, utilizados normalmente para pressões de até  $100\text{kgf/cm}^2$ , dependendo da espessura de tubulação adotada.

A avaliação do número máximo de ciclos que estruturas fabricadas em Aço API-5L X-60 podem ser submetidas é importante para manter o índice de confiabilidade estrutural acima de um limite mínimo, garantindo a segurança da estrutura. A partir de um índice de confiabilidade estrutural mínimo ou de uma probabilidade de falha máxima que a estrutura pode ser submetida,

com o auxílio de equações de propagação de trincas por fadiga e de métodos de confiabilidade estrutural, é possível calcular o número máximo de ciclos que a estrutura pode ser submetida.

Dessa forma o presente trabalho busca realizar a estimativa do número de ciclos máximo que uma peça fabricada em aço API 5-L X-60 pode ser submetida, utilizando para modelagem da propagação das trincas por fadiga a equação de Schawalbe e para cálculo do índice de confiabilidade estrutural o método FORM.

## 2 – Propagação de trincas por fadiga

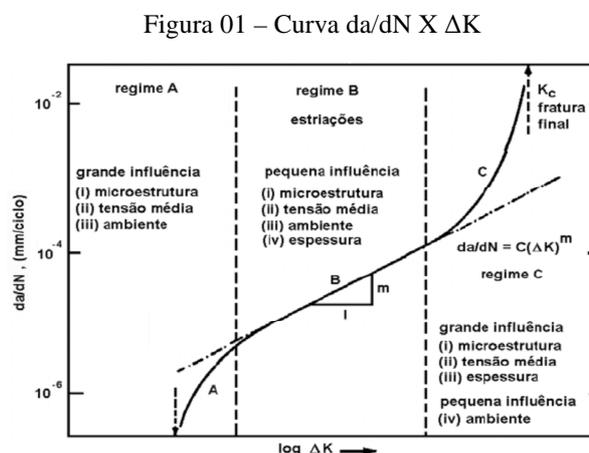
No passado, as pesquisas na área de fadiga se restringiam ao estudo dos processos de danos e formação de trincas. A partir da década de 60, graças aos trabalhos de Paris et al (1961) e Paris e Erdogan (1963), que encontraram uma boa correlação entre o incremento no comprimento da fissura por ciclo,  $da/dN$ , e à amplitude de variação do fator de intensidade de tensão,  $\Delta K$ , que a mecânica da fratura aplicada a fadiga começou a se desenvolver. (STROHAECKER, 2009)

A correlação encontrada por Paris et al (1961) e Paris e Erdogan (1963), que é atualmente conhecida como “lei de Paris”, possui a seguinte formulação:

$$\frac{da}{dN} = A\Delta K^n \text{ (Equação 01)}$$

Onde A e n são parâmetros da Lei de Paris.

A “lei de Paris” permitiria, em princípio, determinar a vida útil de um componente que tivesse uma trinca de fadiga em propagação. Entretanto, atualmente sabe-se que a “lei de Paris” modela somente um regime da propagação de trincas por fadiga. Representando-se graficamente os resultados de taxa de crescimento de uma trinca por fadiga  $da/dN$  pelo gradiente de fator de intensidade de tensões alternado  $\Delta K$  em um gráfico log x log, o comportamento normalmente apresentado para metais é o mostrado na figura 01:



Fonte: STROHAECKER, 2009

Na figura 01, podem ser observadas três regimes distintos:

- a) Regime A: Caracterizado por apresentar uma derivada decrescente e, portanto, com a velocidade de propagação de trinca superestimada pela “lei de Paris”. Caracteriza-se também pela existência de um limite inferior de  $\Delta K$ , denominado  $\Delta K_{th}$ , para o qual não há propagação de trinca ou esta propagação dá-se a uma taxa não detectável para fins práticos.
- b) Regime B: Caracterizado por apresentar uma derivada aproximadamente constante, com comportamento previsto conforme previsto pela “lei de Paris”.
- c) Regime C: Caracterizado por apresentar uma derivada crescente, com propagação instável da trinca, sendo a velocidade de propagação subestimada pela “lei de Paris”. Este desvio da curva se deve ao fato do valor de  $K_{max}$  aumentar até atingir o valor de tenacidade a fratura do material  $K_C$ , momento em que ocorre a fratura.

Existem inúmeras outras regras propostas para descrever toda forma sigmoideal da curva  $da/dN \times \Delta K$ . Essas regras foram estudadas por Fernandes e Castro (2002) para um aço API-5L X-60, nesse trabalho foi observado que a Equação de Schawalbe, apresentada na equação 02, foi a que apresentou os melhores resultados para calcular a vida prevista de um aço API-5L X-60, razão pela qual a mesma será utilizada para modelagem da função de falha no presente trabalho.

$$\frac{da}{dN} = A_S \times (\Delta K(a) - \Delta K_{th})^2 \times \left( \frac{K_C}{K_C - K_{max}} \right) \text{ (Equação 02)}$$

Onde  $\Delta K_{th}$  é o valor limite de propagação de trinca,  $K_C$  é o valor da tenacidade a fratura,  $K_{Max}$  é o valor do fator de concentração de tensão para a carga máxima e  $A_S$  é um parâmetro da equação de Schawalbe.

Os trabalhos de Paris et al (1961) e Paris e Erdogan (1963), apresentam um enfoque determinístico da análise de propagação de trincas por fadiga. Outro enfoque consiste na aplicação de modelos de confiabilidade estrutural, realizando uma análise probabilística da propagação de trincas por fadiga. Dessa forma podem ser abordados problemas de maior complexidade podendo se fazer considerações mais realistas sobre as incertezas presentes na estrutura, baseadas em dados estatísticos. (LEONEL, 2009)

### **3 – Análise da confiabilidade estrutural**

A confiabilidade estrutural é caracterizada pela probabilidade de falha, que representa a probabilidade da estrutura não atender de forma satisfatória a determinadas condições denominadas de estados limites, que dizem respeito ao colapso de toda ou parte de uma estrutura (BARBOSA, 2004).

A representação do estado limite se dá através de uma função chamada de função de falha, usualmente chamada de  $G(U)$ , que envolve as variáveis aleatórias de interesse contidas no vetor  $U$ , onde este é representado pela equação 03:

$$U^t = \{U_1, U_2, \dots, U_n\} \text{ (Equação 03)}$$

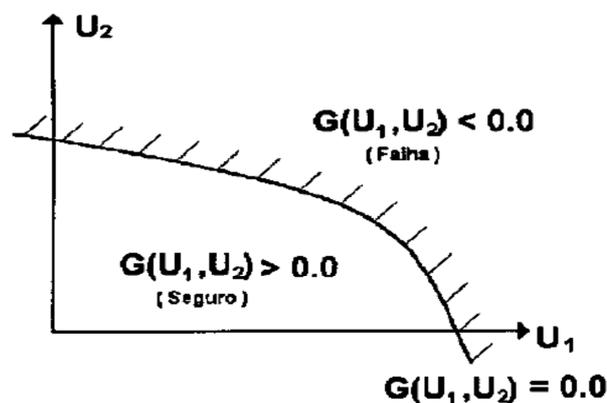
Onde  $U_i$  representa as variáveis básicas do problema.

A função de falha pode representar uma grande quantidade de variáveis, cujo vetor possui uma dimensão  $n$ , sendo representada pela equação 04:

$$G(U) = G(U_1, U_2, \dots, U_n) \text{ (Equação 04)}$$

A partir da avaliação desta função, pode-se assumir duas configurações possíveis, que representarão os domínios em que a estrutura se mostra segura ou insegura, podendo ser ilustrada graficamente pela figura 02, que representa o caso bidimensional.

Figura 02: Definição da função falha



Fonte: SAGRILO, 1994

Da figura 02, define-se a região de falha como sendo a região onde ocorre  $G(U) \leq 0$ , que pode ser representada pela integral da função densidade de probabilidade conjunta  $f_U(U)$  sobre a região mostrada na figura 02, definida pela equação 05:

$$P_f = \int_{G(U) \leq 0} \dots \int f_U(U) dU \text{ (Equação 05)}$$

Segundo Barbosa (2004), as dificuldades encontradas na resolução da integral que define a probabilidade de falha levaram a definição do índice de confiabilidade de segunda ordem ou índice de confiabilidade de Cornell. Segundo o autor, CORNELL, propôs uma medida quantitativa da confiabilidade com base na média  $E(U)$  e na variância  $Var(U)$  da variável  $U$ , com é mostrado na equação 06:

$$\beta_c = \frac{E[G(U)]}{\sqrt{Var[G(U)]}} \text{ (Equação 06)}$$

Este índice representa a distância entre o valor médio de  $G(U)$  e zero em unidades de desvios padrão. O cálculo da média e da variância são aproximados pois dependem da linearização

da função. Este índice somente invariável quando a função é linear pelo fato dos parâmetros necessários à sua determinação não poderem ser expressos em termos do primeiro e segundo momento do vetor  $U$ . (BARBOSA, 2004 e SAGRILO, 1994)

Um conceito importante envolvido na determinação do índice de confiabilidade de segunda ordem é o conceito de ponto de projeto ou ponto mais provável de falha, que é o ponto situado sobre a superfície de falha que possui a menor distância à origem. Esta distância corresponde ao índice de confiabilidade. (BARBOSA, 2004 e SAGRILO, 1994)

O índice de confiabilidade pode ser aplicado para um número qualquer de variáveis. Portanto, sendo  $U$  o vetor de variáveis aleatórias básicas e  $V$  o vetor no espaço reduzido correspondente, pode-se expressar a função de falha pela equação 07:

$$G(U) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i V_i \text{ (Equação 07)}$$

Onde o índice de confiabilidade é dado pela equação 08:

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i V_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_{V_i}^2}} \text{ (Equação 08)}$$

A equação 08 representa a distância do hiperplano até a origem no espaço das variáveis reduzidas.

Foram desenvolvidos diversos métodos para cálculo do índice de confiabilidade e da probabilidade de falha (SAGRILO, 1994). Esses métodos podem ser classificados em quatro categorias:

- a) Métodos de integração numérica;
- b) Métodos de simulação ou técnicas de Monte Carlo;
- c) Métodos analíticos FORM e SORM;
- d) Métodos Mistos ou Híbridos.

Os métodos de integração numérica somente são aplicados em um pequeno número de casos acadêmicos (SAGRILO, 1994).

O método de Monte Carlo, dependendo da complexidade do problema, também apresenta restrições devido ao grande número de simulações que podem ser necessárias. Esse problema pode ser contornado com o uso das técnicas de redução de variância. (BARBOSA, 2004)

A ideia básica do método FORM (*First Order Reliability Method*) é obter a confiabilidade através de uma aproximação linear da função de falha, com as variáveis normais estatisticamente independentes no espaço reduzido. O fundamento do método SORM (*Second Order Reliability Method*) é semelhante a do método FORM. A principal diferença está na aproximação da superfície de falha no espaço reduzido, feita no FORM por uma aproximação linear. No método SORM a aproximação é feita por uma superfície quadrática. (SAGRILO, 1994)

A seguir será detalhado o método FORM que será o adotado no presente trabalho para análise da confiabilidade estrutural em estruturas submetidas a fadiga.

### 3.1 – Método FORM

Segundo Leonel (2009), o método FORM fornece uma estimativa da probabilidade de falha da estrutura através da linearização da função de estado limite no ponto de projeto no espaço normal padrão.

Neste método, as variáveis, que podem ser relacionadas entre si, são transformadas em variáveis normais padrão estatisticamente independentes  $V$ . A função de falha pode ser escrita em termos de variáveis  $V$  como  $g(V)$ , e esta superfície é aproximada por uma superfície linear, ou hiperplano, no ponto de projeto do espaço reduzido  $V^*$ , ou seja, no ponto com a menor distância até a origem. (SAGRILO, 1994)

A probabilidade de falha pode ser calculada como mostrado na equação 09:

$$P_f = \Phi(-\beta) \text{ (Equação 09)}$$

Onde  $\Phi$  representa a distribuição cumulativa normal padrão e  $\beta$  é a distância até o ponto de projeto, que pode ser calculado pela equação 10:

$$\beta = |V^*| \text{ (Equação 10)}$$

De acordo com a equação 08, pode-se chegar às equações 11 e 12:

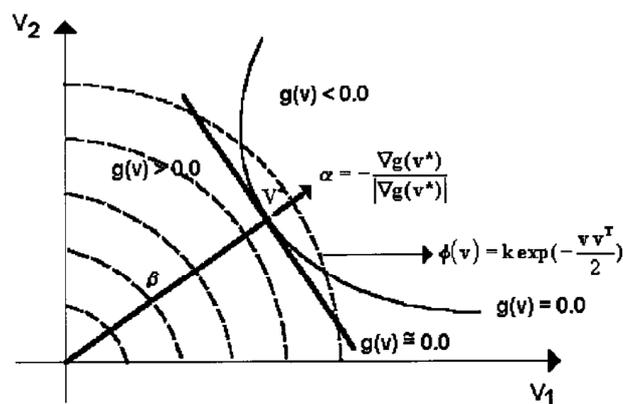
$$V^* = -\alpha\beta \text{ (Equação 11)}$$

$$g(V) = \beta - \sum_{i=1}^n \alpha_i V_i \text{ (Equação 12)}$$

Onde  $\alpha$  é o vetor normal a superfície de falha.

O procedimento descrito pelo método FORM para o cálculo da probabilidade de falha pode ser visualizado na figura 03:

Figura 03: Representação gráfica do método FORM



Fonte: SAGRILO, 1994

O método FORM, por ser aproximado, depende diretamente da forma da função de falha, podendo este ser a favor da segurança quando a superfície for convexa nas proximidades do ponto de projeto, e contrário a segurança, quando a mesma for côncava (BARBOSA, 2004).

Os principais desafios do método FORM são a transformação das variáveis randômicas do espaço original para o espaço reduzido e encontrar o ponto sobre a superfície de falha mais próximo à origem, conhecido como ponto de projeto (SAGRILO, 1994).

A transformação das variáveis randômicas em variáveis independentes normais padrão é definida da seguinte forma:

$$V = T(U) \text{ (Equação 13)}$$

$$U = T^{-1}(V) \text{ (Equação 14)}$$

Onde T é a transformação de probabilidade e V é a variável reduzida.

Quando as variáveis são estatisticamente independentes essa transformação é simplesmente calculada para cada uma das variáveis da seguinte maneira:

$$V_i = \phi^{-1}[Fu_i(U_i)] \text{ (Equação 15)}$$

Onde  $Fu_i$  é a função cumulativa de probabilidades original da variável  $U_i$  e  $\phi$  é a função cumulativa normal padrão.

No caso geral de variáveis dependentes e completa informação da distribuição conjunta das variáveis correlacionadas, um outro modelo de correlação deve ser empregado. A transformação mais empregada na literatura é a transformação de Rosenblatt (SAGRILO, 1994).

Na maioria dos métodos utilizados na análise da confiabilidade necessita-se de um algoritmo de otimização para encontrar o ponto de projeto. Nesses métodos, a otimização é utilizada para encontrar a mínima distância entre um ponto sobre a superfície de falha e o centro do sistema de coordenadas no espaço normal padrão não correlacionado. (LEONEL, 2009)

O presente trabalho utilizará um o algoritmo ALR, desenvolvido por Sagrilo (1994), baseado em métodos de superfície de resposta apresentados a seguir.

#### **4 – Métodos de superfície de resposta na análise da confiabilidade estrutural**

A análise da confiabilidade estrutural é baseada no conhecimento da função de falha  $G(U)$ . Em problemas reais, essa função só é conhecida para alguns pontos obtidos experimentalmente ou exige métodos de simulação e integração numérica para ser obtida, o que em muitos casos pode ser proibitivo devido ao custo computacional envolvido. Somada a essa dificuldade, os gradientes analíticos da função de estado limite, também podem não ser obtidos facilmente, exigindo que sejam utilizadas técnicas de diferenças finitas para avaliá-los. Devido a

esse fato, foi proposta a ideia de se obter uma função de falha  $G^*(U)$  simples de ser avaliada, que aproxima de uma maneira adequada a função de falha real  $G(U)$ . (SAGRILLO, 1994)

O método de superfície de resposta (MSR) é largamente empregado em Estatística, onde um modelo complexo é aproximado por uma relação funcional simples entre os resultados do experimento e as variáveis de entrada. Com base desse método, Sagrilo (1994) propôs técnicas para aproximação por funções lineares e quadráticas.

No presente trabalho, serão utilizadas aproximações para superfícies lineares, ou hiperplanos, que podem ser feitas através da equação 23:

$$f(x_i) \cong a_0 + \sum_{j=1}^n a_j x_j^i; \text{Onde } x = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i) \text{ (Equação 23)}$$

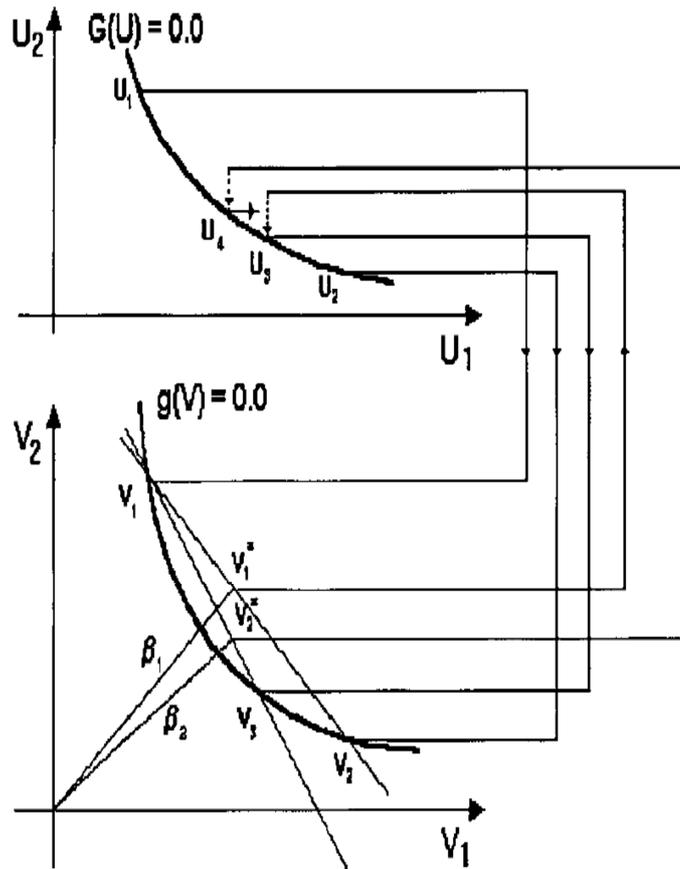
Onde  $a_0, a_1, \dots, a_n$  são os coeficientes do hiperplano e  $n$  o número de variáveis. Os coeficientes podem ser obtidos se solucionado o sistema de equações lineares correspondente a partir de  $n+1$  pontos conhecidos.

#### 4.1 – Aproximação linear (Algoritmo ALR)

Sagrilo (1994), baseado na ideia original do método FORM, apresenta um algoritmo, chamado de ALR, que opera somente com aproximações lineares para a superfície de falha no espaço das variáveis reduzidas. O algoritmo ALR é apresentado a seguir:

- a) A partir do ponto inicial  $U_0$ , são selecionados  $n$  pontos  $U_i (i=1, n)$ , sendo  $n$  o número de variáveis randômicas do problema. Cada um desses pontos deve ser avaliado de maneira a satisfazer  $G(U_i)=0$ .
- b) Cada um dos pontos  $U_i$  é transformado para o espaço reduzido  $V_i$ .
- c) Os pontos  $V_i$  são unidos por um hiperplano.
- d) Através de geometria simples se encontra o ponto  $V^*$  mais próximo a origem e calcula-se o índice de confiabilidade  $\beta$ .
- e) Transforma-se o ponto  $V^*$  para o espaço original  $U^*$ .
- f) Como esse ponto é uma aproximação calcula-se o verdadeiro ponto sobre a superfície de falha original.
- g) Agora existem  $n+1$  pontos sobre a superfície de falha. O ponto cuja distância a origem for maior é descartado da análise.
- h) Repetem-se os passos c até g até a convergência for encontrada.

Figura 05: Descrição Gráfica da Aproximação Linear no Espaço Reduzido



Fonte: SAGRILO, 1994

## 5 – Aplicação numérica

A presente aplicação numérica consistirá na avaliação do número máximo de ciclos que uma estrutura fabricada com um aço API-5L X-60 pode ser submetida antes de atingir um índice de confiabilidade alvo, utilizando para essa análise, o método analítico FORM e a equação de Schwalbe.

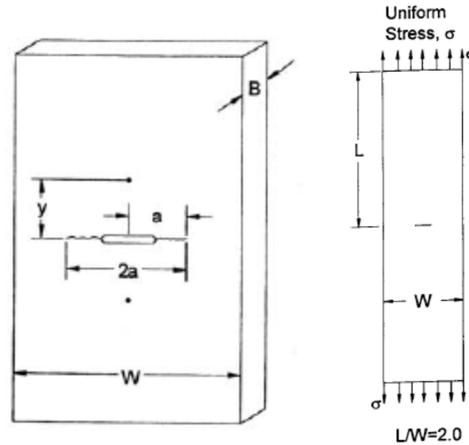
Os dados do problema serão retirados do trabalho de Fernandes e Castro (2002), que fizeram uma avaliação das Equações para modelagem da propagação trincas por fadiga para um aço API-5L X-60. A razão da escolha desse material se deve ao fato do mesmo ser ainda nos dias de hoje o material mais encontrado em dutos rígidos.

A definição de quais variáveis serão consideradas aleatórias, bem como as suas distribuições de probabilidades foram arbitradas.

Com relação às distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias, cabe ressaltar que em problemas práticos é necessário fazer um teste para verificar se o tipo de distribuição adotado corresponde a realidade. Nesse trabalho, devido ao pequeno número de dados disponíveis, essa verificação não foi possível de ser realizada.

A estrutura a ser considerada na presente aplicação será a utilizada por Fernandes e Castro (2002) em seu trabalho, que é a recomendada pela norma ASTM E647 para execução de ensaios de propagação de trincas por fadiga em materiais.

Figura 06: Corpo de prova para ensaio de propagação de trincas por fadiga



Fonte: ASTM E647, 2010

Nessa estrutura, o valor de  $\Delta K$  é calculado pela equação 25:

$$\Delta K(a) = \frac{\Delta P \times (2 + a/W)}{B\sqrt{W} \times (1 - a/W)^2} \times \left( 0,866 + 4,64 \times (a/W) - 13,32 \times (a/W)^2 + 14,72 \times (a/W)^3 - 5,6 \times (a/W)^4 \right) \text{ (Equação 25)}$$

O número de ciclos é determinado pela integração numérica da equação de Schawalbe:

$$N = \int_{a_0}^{a_f} \frac{(K_C - K_{max})}{A_S \times (\Delta K(a) - \Delta K_{th})^2 \times K_C} da \text{ (Equação 26)}$$

A Equação do estado limite será modelada pela seguinte equação:

$$G = N_{Ciclos}^{Resistente} - N_{Ciclos}^{Atuante} \text{ (Equação 27)}$$

Para determinar o ponto de projeto será utilizado o algoritmo ALR. A partir do ponto de projeto o índice de confiabilidade será determinado pelo método FORM. A partir do primeiro índice de confiabilidade, o numero de ciclos será variado até atingir o índice de confiabilidade alvo.

Os dados do problema, são os apresentados na tabela 01. Adicionalmente foi adotada a hipótese que não existe nenhuma correlação entre as variáveis aleatórias do problema, o que não é necessariamente verdade para as variáveis aleatórias  $A_S$ ,  $\Delta K_{th}$  e  $K_C$ , todas dependentes das propriedades do material.

Tabela 01: Dados utilizados para aplicação numérica

Variável	Média	Desvio Padrão	Distribuição	Tipo	Unidades
$a_0$	$1,25 \times 10^{-3}$	-	-	Determinística	m
$a_f$	$2,641 \times 10^{-2}$	$1,25 \times 10^{-3}$	Normal	Aleatória	m
$\Delta P$	$9,831 \times 10^3$	-	-	Determinística	N
W	$9 \times 10^{-2}$	-	-	Determinística	m
B	$1,25 \times 10^{-2}$	-	-	Determinística	m
$A_S$	$2,48 \times 10^{-22}$	$4,88 \times 10^{-22}$	Lognormal	Aleatória	$\text{Pa}^{-2} \cdot \text{Ciclos}$
$\Delta K_{th}$	$4,4 \times 10^6$	$5 \times 10^5$	Normal	Aleatória	$\text{Pa} \cdot \text{m}^{1/2}$
$K_C$	$3,55 \times 10^8$	$2,4 \times 10^6$	Normal	Aleatória	$\text{Pa} \cdot \text{m}^{1/2}$
$K_{m\acute{a}x}$	$2,20 \times 10^8$	$1,48 \times 10^6$	Normal	Aleatória	$\text{Pa} \cdot \text{m}^{1/2}$
$N_{\text{Ciclos}}^{\text{Atuante}}$	Variável Alvo	-	-	Determinística	Número de Ciclos

Na presente aplicação o número de ciclos será variado até ser atingido o número de ciclos na qual se obtém o índice de confiabilidade alvo do problema. Como uma estimativa inicial, será utilizado o número de ciclos para falha da estrutura, determinado experimentalmente por Fernandes e Castro (2002) no valor de  $5,54 \times 10^6$  ciclos.

### 5.1 – Índice de confiabilidade requerido e probabilidade de falha admissível

Para cálculo do número máximo de ciclos admissível, será considerado que a estrutura analisada está sendo utilizada em uma aplicação estrutural cuja consequência de falha é séria. O índice de confiabilidade limite e a probabilidade de falha admissível serão os apresentados na tabela 02:

Tabela 02: Índice de Confiabilidade Alvo

Consequência da Falha	Índice de Confiabilidade Alvo	Probabilidade de Falha
Muito Sério	4,2	$1,4 \times 10^{-5}$
Sério	3,7	$1,1 \times 10^{-4}$
Não Sério	3,1	$9,7 \times 10^{-4}$
Efeitos Locais	2,3	$9,7 \times 10^{-2}$
Não Afeta	1,0	$1,0 \times 10^{-1}$

Fonte: LEONEL, 2009, addput ONOUFRIOU, 1999

Assim, conforme tabela 02, o número de ciclos admissível da presente aplicação numérica, deverá possuir um Índice de Confiabilidade Limite de 3,7 e uma Probabilidade de Falha de  $1,1 \times 10^{-4}$ .

## 5.2 – Função de falha

Na presente aplicação, a função de falha  $G(U)$ , é definida pela equação 27. O numero resistente de ciclos é determinado pela equação 26, integral da equação de Schawalbe, substituindo-se o fator de concentração de tensões  $\Delta K$  pela equação 25. Assim teremos a seguinte equação de estado limite:

$$G(a_f; A_S; \Delta K_{th}; K_C; K_{m\acute{a}x}) = \int_{a_0}^{a_f} \frac{(K_C - K_{m\acute{a}x})}{A_S \times (\Delta K(a) - \Delta K_{th})^2 \times K_C} da - N_{Ciclos}^{Atuante} \quad (\text{Equação 28})$$

Onde,  $a_0$  e  $N_{Ciclos}^{Atuante}$  são variáveis determinísticas. A função  $\Delta K(a)$  é definida pela equação 29, que consiste na equação 25, substituindo-se as variáveis determinísticas  $\Delta P$ ,  $B$  e  $W$  na mesma.

$$\Delta K(a) = \frac{17.027,292 + 1.108.281,4a - 26.701.481a^2 + 2,174 \times 10^8 a^3 + 5,274 \times 10^8 a^4 - 9,323 \times 10^9 a^5}{0,00375 - 0,0833333a + 0,4629630a^2} \quad (\text{Equação 29})$$

## 5.3 – Cálculo do ponto de projeto e Índice de Confiabilidade pelo método FORM:

Para calculo do ponto de projeto e índice de Confiabilidade pelo método FORM, foi utilizado o algoritmo ALR, conforme passos, descritos no item 4.1 do presente trabalho. Após 07 iterações, foram obtidos os resultados apresentados na tabela 03:

Tabela 03: Índice de Confiabilidade e Ponto de Projeto para o número de ciclos igual a  $5,54 \times 10^6$  Ciclos

Índice de Confiabilidade	$7,01 \times 10^{-5}$
Probabilidade de Falha	$4,999 \times 10^{-1}$
Número de Iterações	07
Ponto de Projeto	
$a_f$	$2,641 \times 10^{-2}$ m
$A_S$	$2,480 \times 10^{-22}$ Pa <sup>-2</sup> .Ciclos
$\Delta K_{th}$	$4,399 \times 10^6$ Pa.m <sup>1/2</sup>
$K_C$	$3,550 \times 10^8$ Pa.m <sup>1/2</sup>
$K_{m\acute{a}x}$	$2,200 \times 10^8$ Pa.m <sup>1/2</sup>

O fato de se ter encontrado um índice de confiabilidade com um valor próximo a zero, e consequentemente uma probabilidade de falha próxima a 50%, se deve ao elevado numero de ciclos considerado para o problema. O numero de ciclos considerado no problema, corresponde ao numero de ciclos até a falha por fadiga da estrutura, encontrado por Fernandes e Castro (2002), em modelos experimentais. Portanto, é esperado que para um numero de ciclos próximo à falha por fadiga da estrutura, se tenha um índice de confiabilidade zero, e uma probabilidade de Falha de 50%.

## 5.4 – Estimativa do Numero de Ciclos Máximo a partir do método FORM

Para se obter o índice de confiabilidade alvo de 3,7, foi variado o numero de ciclos até ser atingido o numero de ciclos para qual se tem um índice de confiabilidade de 3,7. Devido ao fato de se estar trabalhando com uma única variável, não foi utilizado nenhum algoritmo de otimização, sendo inicialmente aplicadas grandes variações no numero de ciclos, e posteriormente pequenas variações no número de ciclos na medida que foi se aproximando do índice de confiabilidade alvo.

Os resultados dos Cálculos são apresentados na tabela 04:

Tabela 04: Estimativa do Numero de Ciclos Máximo

Numero de Ciclos Adotado	$2,54 \times 10^6$	$0,54 \times 10^6$	$0,40 \times 10^6$	$0,25 \times 10^6$	Ciclos
Índice de Confiabilidade	$4,776 \times 10^{-1}$	2,291	2,806	3,784	-
Probabilidade de Falha	$3,164 \times 10^{-1}$	$1,098 \times 10^{-2}$	$2,508 \times 10^{-3}$	$7,716 \times 10^{-5}$	-
Número de Iterações	05	09	07	12	-
<b>Ponto de Projeto</b>					
$a_f$	$2,642 \times 10^{-2}$	$2,633 \times 10^{-2}$	$2,644 \times 10^{-2}$	$2,632 \times 10^{-2}$	m
$A_s$	$4,996 \times 10^{-22}$	$1,084 \times 10^{-21}$	$1,298 \times 10^{-21}$	$1,559 \times 10^{-21}$	Pa <sup>-2</sup> .Ciclos
$\Delta K_{th}$	$4,280 \times 10^6$	$3,647 \times 10^6$	$3,499 \times 10^6$	$3,069 \times 10^6$	Pa.m <sup>1/2</sup>
$K_C$	$3,550 \times 10^8$	$3,554 \times 10^8$	$3,549 \times 10^8$	$3,547 \times 10^8$	Pa.m <sup>1/2</sup>
$K_{m\acute{a}x}$	$2,200 \times 10^8$	$2,198 \times 10^8$	$2,202 \times 10^8$	$2,202 \times 10^8$	Pa.m <sup>1/2</sup>

Conforme se pode deprender da tabela 04, o numero de ciclos necessário para se obter um índice de Confiabilidade Superior a 3,7 é da ordem de 250.000 Ciclos. O baixo valor do número de ciclos estimado é consequência do elevado desvio padrão arbitrado para o fator da equação de schawalbe somado ao caráter experimental da estrutura analisada, uma vez que na mesma foram utilizadas trincas de elevado comprimento para se obter os resultados experimentais com maior rapidez. Trincas com dimensões da ordem em que foram utilizadas nesse trabalho seriam inadmissíveis em situações de uso prático. Outro ponto a ser observado é o fato da equação de Schawalbe apresentar resultados conservativos durante a Fase II da propagação de trincas por fadiga, quando comparados aos resultados obtidos pela “lei de Paris”.

## 6 - Conclusões

No método analítico FORM, que foi o empregado no presente trabalho, um aspecto importante é a precisão no cálculo de probabilidade de falha. Ao se aproximar a superfície  $G(U)=0$ , que pode ser uma forma curvilínea qualquer, por um hiperplano há uma mudança no volume de integração, razão da limitação da precisão do método FORM. Para Sagrilo (1994), embora os

resultados obtidos pelo método FORM possam ser considerados aceitáveis para fins práticos, o desenvolvimento do método SORM praticamente superou o problema da limitação da precisão da probabilidade de falha calculada pelo método FORM.

Os métodos de superfície de resposta (MSR) apresentam como vantagem principal o reduzido custo computacional envolvido no processo de avaliação da probabilidade de falha e do ponto de projeto. Como desvantagem, se tem as aproximações implícitas do método, o que por vezes pode conduzir a respostas não precisas e dificuldades de convergência. (SAGRILO, 1994)

No presente trabalho a estimativa do número de ciclos máximo para se obter um índice de confiabilidade alvo foi feita variando-se o valor do número de ciclos até se atingir obter o índice de confiabilidade desejado. Em aplicações onde se deseja otimizar o projeto de uma estrutura para um determinado índice de confiabilidade, esse tipo de abordagem torna-se impraticável, devido ao elevado número de variáveis envolvidas, sendo necessário o uso algoritmos de otimização. Algoritmos de otimização para resolução de problemas desse tipo podem ser encontrados em Leonel (2009).

A principal limitação desse trabalho consiste na adoção da hipótese de independência entre as variáveis aleatórias do problema. O grande desafio nesse caso é obter correlações entre as variáveis aleatórias dependentes de propriedades do material submetido à fadiga. Strohaecker (2009) apresenta algumas considerações qualitativas de como as propriedades mecânicas do material podem afetar positivamente ou negativamente os parâmetros necessários para modelagem da propagação de trincas por fadiga.

Outro ponto a ser observado é que, conforme pode se depreender do trabalho de Fernandes e Castro (2002) nenhuma das equações de modelagem da propagação de trincas por fadiga apresentam resultados satisfatórios para todas as fases da propagação de trincas por fadiga. Para contornar essa limitação, podem ser empregadas diferentes equações de modelagem para cada uma das fases. O desafio nesse caso é delimitar os pontos de transição entre as fases.

## **7 – Referências**

American Society for Testing and Materials (ASTM). **Designation E647, Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates.** 2010.

BARBOSA, Anderson Henrique. **Análise de Confiabilidade Estrutural Utilizando o Método de Monte Carlo e Redes Neurais.** Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto/MG. 2004.

FERNANDES, José Luiz e CASTRO, Jaime Tupiassú Pinho de. **Propagação de Trincas por fadiga no aço API-5L-X60**. COTEQ. Salvador/BA. 2002.

LEONEL, Edson Denner. **Modelos não Lineares do Método dos Elementos de Contorno para Análise de Problemas de Fratura e Aplicação de Modelos de Confiabilidade e Otimização em Estruturas Submetidas à Fadiga**. Universidade de São Paulo. São Carlos/SP 2009.

SAGRILO, Luís Volnei Sudati. **Análise da Confiabilidade Estrutural Utilizando os métodos analíticos FORM e SORM**. COOPE/UFRJ. Rio de Janeiro. 1994.

STROHAECKER, Telmo Roberto. **Apostila de Mecânica da Fratura**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre/RS. 2009.

#### **Abstract**

This study aims to calculate the estimated of the maximum number of cycles that a determinate component fabricated with a steel API-5L X-60 can be subjected before reaching a level of reliability considered critical. Initially will be presented the equations used for the propagation of fatigue cracking and the methods used to evaluate the structural reliability, then there will be a numerical application to calculate the maximum number of cycles of fatigue that a component fabricated with a steel API-5L X-60 can be subjected, using the FORM method for calculating the index of structural reliability and Schawalbe equation for modeling the propagation of fatigue cracks..

**Keywords:** Propagation of fatigue cracking, Schawalbe equation, structural reliability, FORM method