

COMO CONSTRUIR UM MODELO DE REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA: UM EXEMPLO PRÁTICO

Natércio Paulo Mucavele

Filipe Renaldo Chitoto

Sérgio Afonso Mulema

Jorge Bernardo Soares

José Charles Picardo Mteia

RESUMO

Este trabalho apresenta em forma de exemplo, a partir de uma base de dados sobre factores de hipertensão arterial, como construir um modelo de regressão linear múltipla através de método de tentativas de ensaio e análise dos factores. Apresenta análises em volta de factores de correlação entre as variáveis, aspectos a ter em conta sobre a multicolinearidade e avaliação de observações extremas. o modelo foi construído com pacotes estatísticos SPSS v18 e Statgraphic, e apresenta orientações em forma de perguntas que devem norteiar a construção de um modelo.

Palavras chaves: Multicolinearidade, regressão, modelo, variáveis .

Chimoio
2013

INTRODUÇÃO

O presente trabalho trás uma forma de abordagem de construção de um modelo de regressão múltipla numa forma didáctica virada a prática de construção através de um exemplo concreto.

A construção de um modelo de regressão, é fundamentada através de algumas formas de raciocínio que são no presente trabalho apresentado em forma de perguntas destacadas e indicadas por alíneas até a obtenção de um modelo adequado. Referir que para este exemplo, pretendia-se explicar a hipertensão arterial em função das variáveis idade, peso, área de superfície corporal, duração de hipertensão, pulso básico e índice de stress. Foi para este caso usado uma base de dados constituído por 20 pacientes.

A construção de um modelo de regressão não tem apenas esta forma faseada para a sua construção, existe também no pacote estatístico SPSS (Statistical Package for Social Science) outra forma automática através dos critérios Backward e Forward.

Acreditamos que o presente trabalho poderá complementar outras obras que fazem abordagem do mesmo tema.

Os autores agradecem antecipadamente a colaboração crítica dos demais apreciadores com vista a melhoria deste e dos outros trabalhos a advirem futuramente.

PASSOS PARA CONSTRUÇÃO DE UM MODELO DE REGRESSÃO

Vamos, passo a passo descrever a construção de um modelo de regressão através de um exemplo prático usando o pacote estatístico SPSS v18, partindo de uma base de dados de 20 pacientes de hipertensão arterial para explicar este facto através das variáveis idade, peso, área de superfície corporal, duração de hipertensão, pulso básico e índice de stress.

a) *Ajustar um modelo de regressão com todos os regressores no modelo e contrastar a significancia da regressão.*

Como todos os regressores tem unidades diferentes que a variavel explicada, decidimos em usar dados estandardizados.

Com todos os regressores estandardizados encontramos o seguinte modelo:

ANOVA^b

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	557,591	6	92,932	501,483	,000 ^a
	Residual	2,409	13	,185		
	Total	560,000	19			

a. Predictors: (Constant), Índice de estrés, Área de superficie corporal (m2), Duración de hipertensión (años), Edad (años), Pulso básico (látidos/minuto), Peso (Kg)

b. Dependent Variable: Presión arterial media (alta) mmHg

Olhando para a tabela anova, verificamos que grande parte (557,591 de 560,000) da variabilidade da variável resposta é explicada pelo modelo de regressão .

E com o teste ANOVA também verificamos que $p\text{-valor} = 0,000^a < 0,05$, então rejeitamos a hipótese nula de que todos os parâmetros (coeficientes) beta são iguais a zero, então podemos afirmar que pelo menos um dos coeficientes é diferente de zero mas não podemos afirmar ainda qual deles.

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-10,199	2,620		-3,893	,002
	Edad (años)	,631	,052	,291	12,200	,000
	Peso (Kg)	,968	,067	,772	14,492	,000

Área de superficie corporal (m2)	3,944	1,664	,099	2,370	,034
Duración de hipertensión (años)	,088	,051	,035	1,726	,108
Pulso básico (látididos/minuto)	-,077	,054	-,054	-1,412	,181
Índice de estrés	,005	,004	,033	1,363	,196

Da tabela de coeficientes acima temos o seguinte modelo

$$\hat{y} = -10,199 + 0,639 \cdot x_1 + 0,968 \cdot x_2 + 3,944 \cdot x_3 + 0,088x_4 - 0,077 \cdot x_5 + 0,005 \cdot x_6$$

s.e (2,620) (0,052) (0,067) (1,664) (0,051) (0,054) (0,004)
sig (0,002) (0,000) (0,000) (0,034) (0,108) (0,181) (0,196)

Com os valores de sig (p-valor) para os coeficientes verificamos com o teste de hipótese que a um nível de significância de 0,05 (5%), os coeficientes beta4, beta5, beta6 não são significativamente distintos de zero.

b) *Calcular o coeficiente de determinação e o coeficiente de determinação ajustado e comentar os resultados.*

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,998 ^a	,996	,994	,02152

a. Predictors: (Constant), Ind Estrés Std, Sup Corp Std, DurHiper Std, Edad Std, Pulso base Std, Peso Std

Esta tabela mostra que 99,6% (R square 0,996) da variabilidade da hipertensão arterial é explicada pelo regressores do modelo de regressão. E um R square ajustado de 0,994 que mostra que 99,4% da variabilidade da hipertensão arterial média é explicado pelo regressores do modelo.

c) *Encontrar os intervalos de confiança a 90% para os coeficientes do modelo e efectuar os contrastes individuais. Comentar os resultados.*

Coefficients^a

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	90,0% Confidence Interval for B	
	B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1 (Constant)	-10,199	2,620		-3,893	,002	-14,839	-5,559

Edad (años)	,631	,052	,291	12,200	,000	,540	,723
Peso (Kg)	,968	,067	,772	14,492	,000	,849	1,086
Área de superficie corporal (m2)	3,944	1,664	,099	2,370	,034	,996	6,892
Duración de hipertensión (años)	,088	,051	,035	1,726	,108	-,002	,179
Pulso básico (látidos/minuto)	-,077	,054	-,054	-1,412	,181	-,173	,019
Índice de estrés	,005	,004	,033	1,363	,196	-,001	,011

a. Dependent Variable: Presión arterial media (alta) mmHg

Com um nível de confiança de 90%, rejeitamos a Hipótese nula (o coeficiente é igual a zero) para a constante e para coeficientes dos regressores de x_1, x_2, x_3 e não ha evidências estatisticamente significativas para rejeitar a Hipótese nula para coeficientes dos regressores de x_4, x_5, x_6 . Apesar de não fazer sentido a constante ser diferente de zero, supondo todos os regressores iguais a zero, a origem está fora do elipsóide (rango do estudo de cada regressor), o que nos leva a não validar o ponto em que todos os regressores são iguais a zero e a resposta zero, mas também verifica-se que para a variável pulso, se esta for igual a zero (zero batimentos cardíacos por minuto) então a pessoa estará morta e não ha estudo por fazer. Sendo assim a constante não tem uma interpretação prática mas não deve ser zero.

d) Encontrar um intervalo de confiança para a média das observações e para uma nova observação, para valores concretos dos regressores (elijanlos ustédes)

Para uma nova observação, por exemplo, o ponto das médias das variáveis regressoras:

Case Summaries

Mean

Edad (años)	Peso (Kg)	Área de superficie corporal (m2)	Duración de hipertensión (años)	Pulso básico (látidos/minuto)	Índice de estrés
48,60	93,140	1,9980	6,430	69,60	53,35

A escolha dos ponto das médias é porque analisamos que como cada variável se distribui como uma normal e o comportamento desta distribuição é que é simétrica (a média se localiza quase no centro das observações) então é seguro afirmar que o ponto das médias está dentro do elipsoide.

	Observed	Fitted	Std. Error	Lower 95,0%	Upper 95,0%	Lower 95,0%	Upper 95,0%
Row	Value	Value	CL for Forecast	CL for Forecast	CL for Forecast	CL for Mean	CL for Mean

1	105,0	104,765	0,512903	103,678	105,852	104,292	105,238
2	115,0	115,697	0,488208	114,662	116,732	115,362	116,033
3	116,0	116,141	0,492307	115,098	117,185	115,78	116,503
4	117,0	116,374	0,479618	115,357	117,391	116,1	116,649
5	112,0	111,624	0,507215	110,549	112,699	111,179	112,069
6	121,0	120,587	0,523229	119,478	121,697	120,066	121,109
7	121,0	121,501	0,515739	120,408	122,594	121,014	121,988
8	110,0	110,477	0,482452	109,455	111,5	110,181	110,773
9	110,0	109,882	0,496448	108,83	110,934	109,496	110,268
10	114,0	113,55	0,492736	112,506	114,595	113,186	113,914
11	114,0	114,46	0,486299	113,429	115,491	114,137	114,783
12	115,0	115,047	0,479192	114,032	116,063	114,776	115,319
13	114,0	113,735	0,505946	112,662	114,807	113,296	114,173
14	106,0	105,826	0,524548	104,714	106,938	105,299	106,353
15	125,0	124,509	0,519998	123,407	125,612	124,003	125,016
16	114,0	113,491	0,502686	112,426	114,557	113,07	113,913
17	106,0	106,142	0,503197	105,075	107,209	105,718	106,566
18	113,0	113,119	0,541122	111,972	114,266	112,521	113,717
19	110,0	110,66	0,483076	109,636	111,684	110,359	110,96
20	122,0	122,411	0,570472	121,202	123,62	121,701	123,121
21*		114,0	0,473194	112,997	115,003	113,781	114,219

*para a nova observação

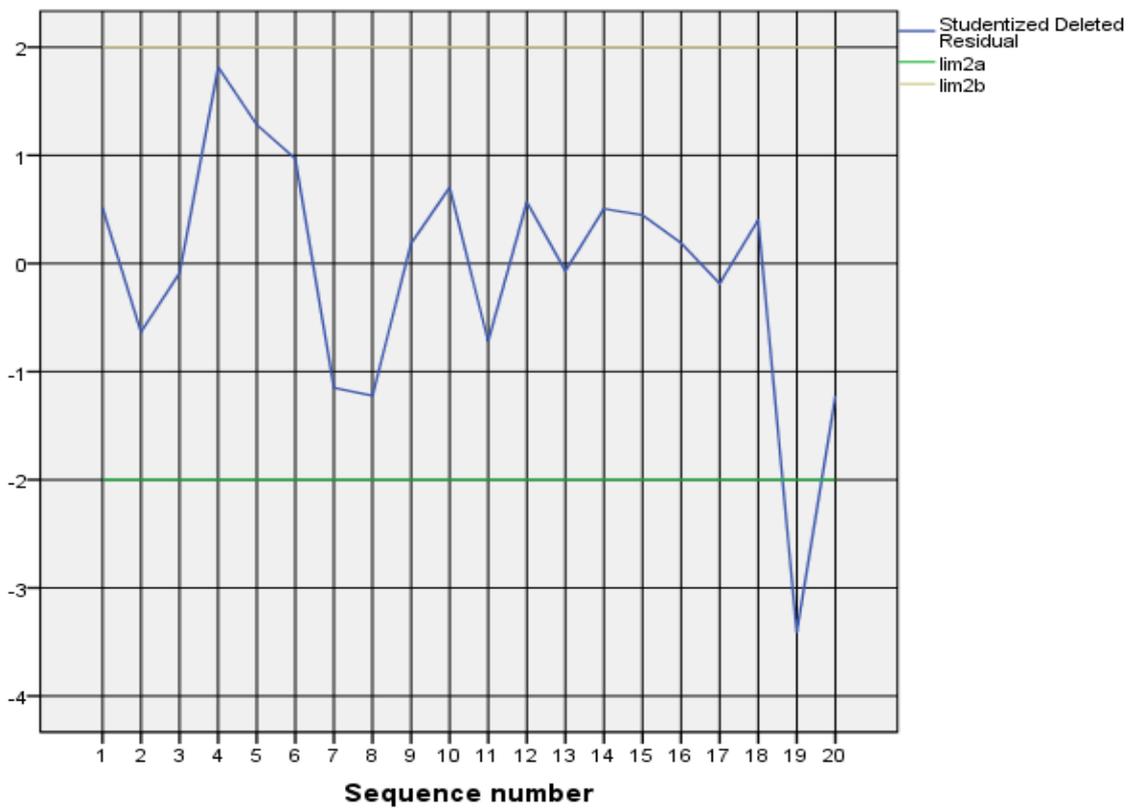
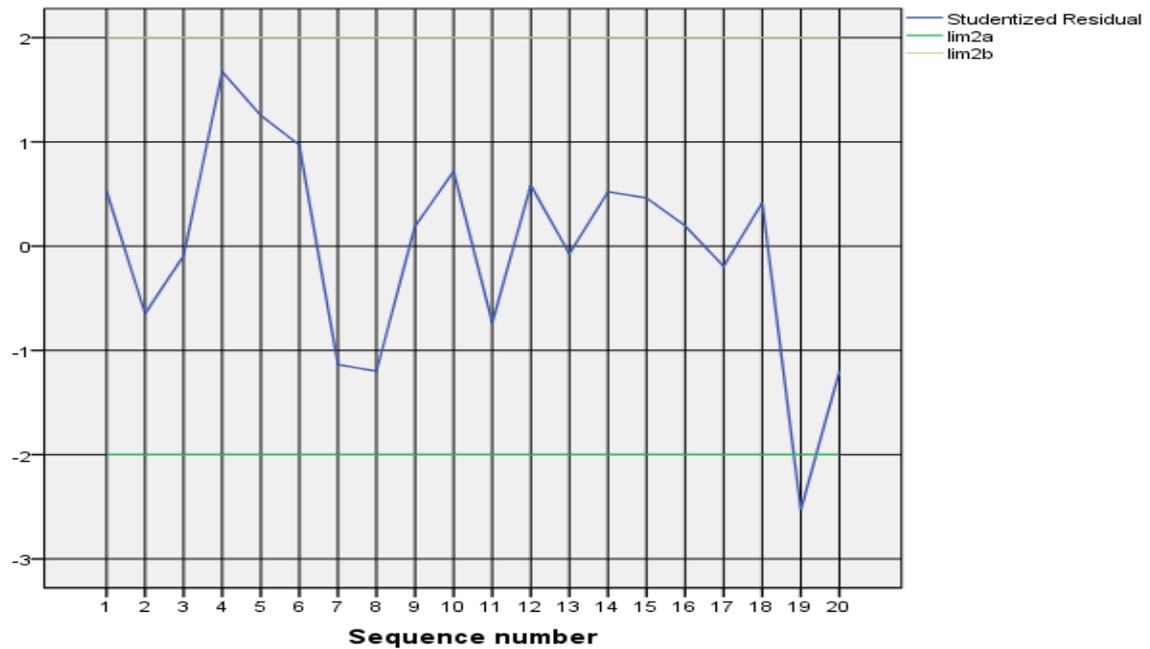
e) *Comentar se existem observações extremas e observações influentes, justificando as causas.*

PESTANA & GAGEIRO (2000) recomendam que para o estudo da existência dos pontos outliers (extremos) com os resíduos é necessário que se cumpram pelo menos uma das seguintes condições:

- Resíduos estandarizados terem valores absolutos superiores a 3
- Resíduos estudentizados terem valores absolutos superiores a 2
- Resíduos estudentizados deleted terem valores absolutos superiores a 2

Construindo os graficos

Deste gráfico, nada podemos concluir sobre a existência de pontos extremos visto que não temos nenhuma observação com valor absoluto de desvio maior que 3.



Estes dois últimos gráficos mostram-nos que a observação 19 é um outliers por se localizar fora dos limites recomendados (-2 e 2).

Estudo da existência de pontos influentes:

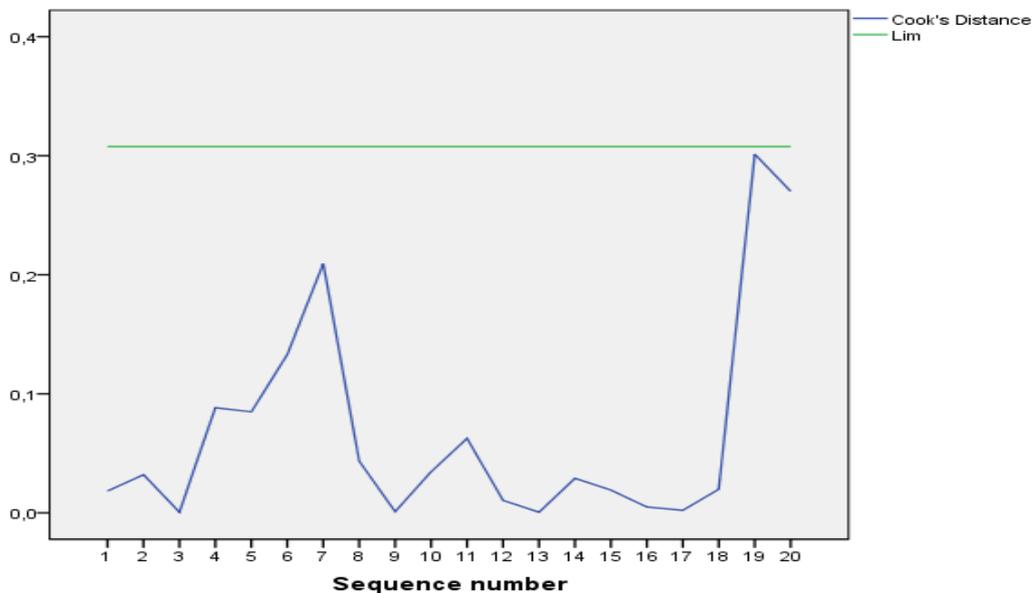
Podemos ainda analisar as observações influentes a partir dos seguintes:

Distância de cook (valores maiores que $\frac{4}{n-k-1}$); PESTANA & GAGEIRO (2000)

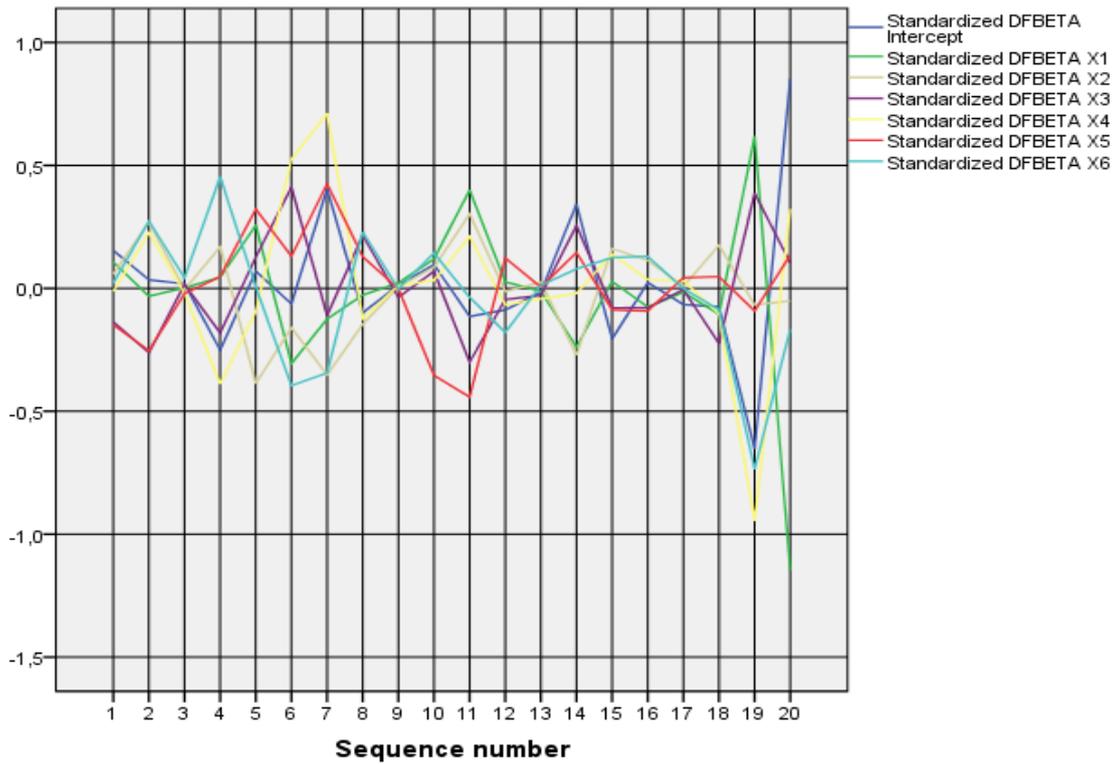
DfFit; (valores maiores que $2/\sqrt{n}$ para $n > 30$ e 1 noutros casos)

DfBeta.

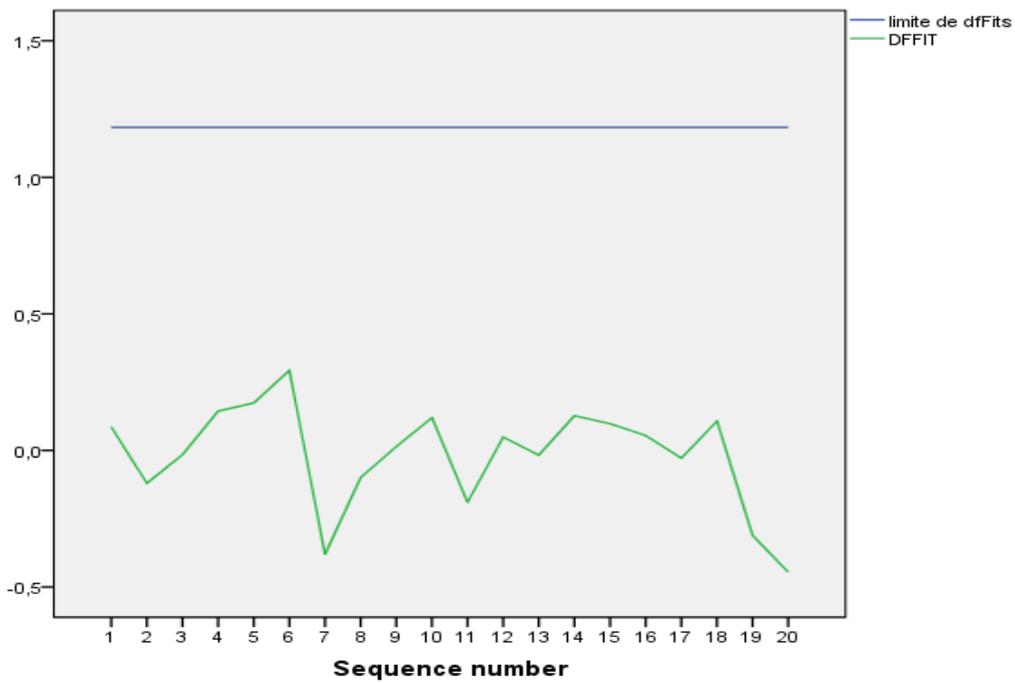
Enquanto para outliers tabulávamos pois queríamos comparar aos valores concretos 2 e 3, neste caso, para gráfico de Distância de Cook por exemplo, precisaremos definir uma variável de comparação que ao pedirmos gráfico de Distância de Cook, ao seleccionarmos introduziremos juntas. Para definição de tal variável, seguimos os seguintes comandos: Transform → Compute variable e em Numeric Expression, vamos inserir a fórmula de comparação ($4/(n-k-1)$) → OK.



Do gráfico, percebemos que todas observações estão abaixo do limite de comparação ($4/(n-k-1)$). Podemos então assim dizer que com este método não há indicação de existência de pontos influentes.

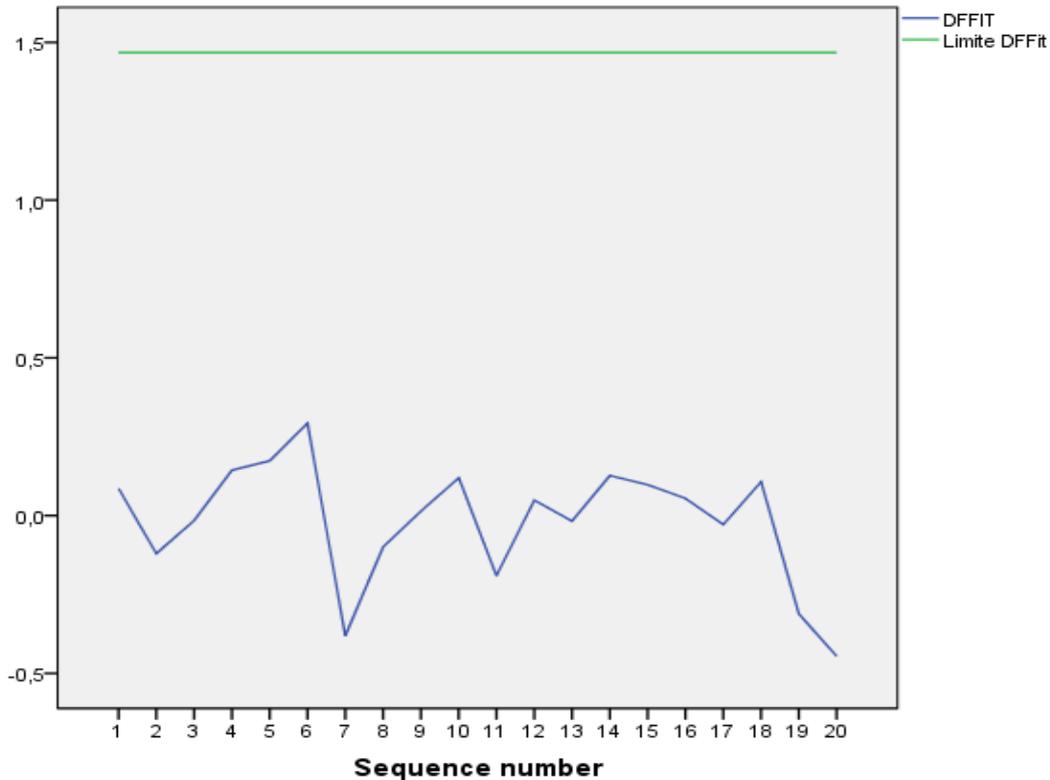


Neste gráfico, nota-se que a observação 20 passa o limite de DfBeta (± 1) para coeficiente associado ao regressor x_1 , então podemos afirmar que é um ponto influente.



Neste gráfico, nenhuma observação passa o limite de DfFits ($2 * \sqrt{(k+1)/n}$); portanto, nenhuma indicação sobre a existência de observações influentes.

Olhando para o gráfico abaixo não é possível identificar os pontos influentes pois nenhuma observação se encontra acima da recta limite horizontal.



Pareceu-nos que o SPSS determina DFFITs de forma diferente do STATGRAPHICS visto que com o primeiro verificamos que nenhum DFFIT está acima do recomendado mas com o uso do STATGRAPHICS verificamos que existe três pontos influentes.

Resultado apresentado pelo pacote STATGRAPHICS:

Influential Points

		<i>Mahalanobis</i>	
<i>Row</i>	<i>Leverage</i>	<i>Distance</i>	<i>DFITS</i>
7	0,531974	19,5121	-1,22571
19	0,247952	4,98728	-1,95775
20	0,566705	22,5947	-1,40152

Average leverage of single data point = 0,35

f) *Discutir acerca da existencia de multicolinealidade (FIV, número de condição, vectores próprios, índices de condición, etc.)*

Correlations

		Presión arterial media (alta) mmHg	Edad (años)	Peso (Kg)	Área de superficie corporal (m2)	Duración de hipertensión (años)	Pulso básico (látidos/min uto)	Índice de estrés
Pearson Correlation	Presión arterial media (alta) mmHg	1,000	,659	,960	,866	,293	,721	,164
	Edad (años)	,659	1,000	,440	,378	,344	,619	,368
	Peso (Kg)	,960	,440	1,000	,876	,202	,671	,049
	Área de superficie corporal (m2)	,866	,378	,876	1,000	,131	,465	,018
	Duración de hipertensión (años)	,293	,344	,202	,131	1,000	,402	,312
	Pulso básico (látidos/minuto)	,721	,619	,671	,465	,402	1,000	,506
	Índice de estrés	,164	,368	,049	,018	,312	,506	1,000
Sig. (1- tailed)	Presión arterial media (alta) mmHg		,001	,000	,000	,105	,000	,245
	Edad (años)	,001		,026	,050	,069	,002	,055
	Peso (Kg)	,000	,026		,000	,196	,001	,419
	Área de superficie corporal (m2)	,000	,050	,000		,292	,019	,469
	Duración de hipertensión (años)	,105	,069	,196	,292		,040	,091
	Pulso básico (látidos/minuto)	,000	,002	,001	,019	,040		,011
	Índice de estrés	,245	,055	,419	,469	,091	,011	
N	Presión arterial media (alta) mmHg	20	20	20	20	20	20	20
	Edad (años)	20	20	20	20	20	20	20
	Peso (Kg)	20	20	20	20	20	20	20
	Área de superficie corporal (m2)	20	20	20	20	20	20	20
	Duración de hipertensión (años)	20	20	20	20	20	20	20
	Pulso básico (látidos/minuto)	20	20	20	20	20	20	20
	Índice de estrés	20	20	20	20	20	20	20

Com a tabela de correlações verificamos que os regressores Peso (kg) e Área da Superfície Corporal (m²) estão fortemente correlacionados. E os regressores Peso (kg) e Pulso Básico (látidos/minuto) estão ligeiramente correlacionado.

Coefficients^a

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	90,0% Confidence Interval for B		Collinearity Statistics	
	B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound	Tolerance	VIF
1 (Constant)	-10,199	2,620		-3,893	,002	-14,839	-5,559		
Edad (años)	,631	,052	,291	12,200	,000	,540	,723	,582	1,717
Peso (Kg)	,968	,067	,772	14,492	,000	,849	1,086	,117	8,582
Área de superficie corporal (m2)	3,944	1,664	,099	2,370	,034	,996	6,892	,189	5,291
Duración de hipertensión (años)	,088	,051	,035	1,726	,108	-,002	,179	,808	1,237
Pulso básico (látidos/minuto)	-,077	,054	-,054	-1,412	,181	-,173	,019	,229	4,367
Índice de estrés	,005	,004	,033	1,363	,196	-,001	,011	,550	1,817

a. Dependent Variable: Presión arterial media (alta) mmHg

O valor dos VIFs estão todos abaixo de 10 e consequentemente os valores de Tolerance acima de 0,10 o que mostra que está tudo controlado em termos de multicolinearidade.

Collinearity Diagnostics^a

Mod el	Dimension	Eigenvalue	Condition Index	Variance Proportions						
				(Constant)	Edad (años)	Peso (Kg)	Área de superficie corporal (m2)	Duración de hipertensión (años)	Pulso básico (látidos/minuto)	Índice de estrés
1	1	6,656	1,000	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
	2	,268	4,985	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,56
	3	,071	9,653	,00	,00	,00	,00	,93	,00	,05
	4	,003	50,109	,11	,09	,01	,17	,00	,00	,02
	5	,001	78,076	,44	,81	,01	,01	,03	,00	,04
	6	,001	83,714	,27	,06	,01	,08	,04	,45	,14
	7	,000	199,949	,18	,04	,98	,74	,00	,55	,18

a. Dependent Variable: Presión arterial media (alta) mmHg

Analisando as três tabelas anteriores verifica-se um indício de colinearidade entre as variáveis peso e área da superfície corporal. Assim como o valor próprio para o índice de estres é quase nulo.

g) *Seleccione el modelo de regresión lineal que recomendaría para estos datos, justificando o método elegido e comentando a elección do modelo.*

Tendo em conta a colinearidade dos regressores Peso e Área da superfície corporal e a primeira ser a mais explicativa no modelo (por apresentar um coeficiente de correlação mais alto com a variável resposta), optamos por retirar a área da superfície corporal

Retirando esta obtemos as seguintes tabelas:

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,995 ^a	,991	,990	,553

a. Predictors: (Constant), Ind Estrés Std, Sup Corp Std, DurHiper Std, Edad Std, Pulso base Std, Peso Std

Que mostra que o Adjusted R square baixou em apenas 0,004, o que parece que foi um boa escolha no regressor a retirar

Collinearity Diagnostics^a

Mo Dimension del	Eigenvalue	Condition Index	Variance Proportions						
			(Constant)	Edad (años)	Peso (Kg)	Duración de hipertensión (años)	Pulso básico (látidos/minuto)	Índice de estrés	
1	5,671	1,000	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
2	,257	4,695	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,60
3	,069	9,056	,00	,00	,00	,93	,00	,00	,04
4	,001	65,860	,18	,40	,20	,00	,12	,00	,00
5	,001	72,528	,79	,55	,00	,05	,03	,09	,09
6	,000	107,422	,03	,05	,80	,01	,85	,26	,26

a. Dependent Variable: Presión arterial media (alta) mmHg

Depois retiramos o regressor Pulso Básico por estar também correlacionado com o regressor peso e este explicar menos o modelo comparativamente ao regressor peso.

Obtivemos as seguintes tabelas:

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,996 ^a	,991	,989	,564

a. Predictors: (Constant), Índice de estrés, Peso (Kg), Duración de hipertensión (años), Edad (años)

O que nos mostra um decrescimo ínfimo para o Rsquare ajustado.

Coefficients^a

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95,0% Confidence Interval for B		Collinearity Statistics	
	B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound	Tolerance	VIF
	1 (Constant)	-13,077	3,221				-4,060	,001	-19,943
Edad (años)	,610	,064	,281	9,581	,000	,474	,746	,660	1,515
Peso (Kg)	1,041	,034	,831	30,893	,000	,969	1,113	,785	1,274
Duración de hipertensión (años)	,062	,066	,025	,943	,360	-,078	,203	,835	1,198
Índice de estrés	,002	,004	,012	,456	,655	-,007	,010	,807	1,240

a. Dependent Variable: Presión arterial media (alta) mmHg

Os VIFs mostram que a questão de multicolinearidade está controlada.

Mas temos ainda um problema com o regressor, duração de hipertensão pelo facto desta apresentar um p-valor muito alto relativamente as outras variáveis, portanto a retiramos do modelo.

A seguir, também pelo facto de possuir um p-valor muito acima do normal nos testes dos parâmetros individuais retiramos o regressor índice de stress

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,996 ^a	,991	,990	,550

a. Predictors: (Constant, Peso (Kg), Duración de hipertensión (años), Edad (años)

Modelo final encontrado

Coefficients^a

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95,0% Confidence Interval for B		Collinearity Statistics	
	B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound	Tolerance	VIF
1 (Constant)	-13,269	3,114		-4,262	,001	-19,870	-6,669		
Edad (años)	,619	,059	,285	10,557	,000	,495	,744	,739	1,353
Peso (Kg)	1,038	,032	,829	31,987	,000	,970	1,107	,804	1,244
Duración de hipertensión (años)	,069	,063	,027	1,099	,288	-,064	,202	,879	1,138

a. Dependent Variable: Presión arterial media (alta) mmHg

Mas ainda verifica-se ainda um problema com o sig da duração da hipertensão, então decidimos retirar este e obtemos um modelo final a seguir.

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,995 ^a	,991	,990	,553

a. Predictors: (Constant, Peso (Kg), Edad (años))

ANOVA^b

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	554,801	2	277,401	907,094	,000 ^a
	Residual	5,199	17	,306		
	Total	560,000	19			

a. Predictors: (Constant), Peso (Kg), Edad (años)

b. Dependent Variable: Presión arterial media (alta) mmHg

Coefficients^a

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95,0% Confidence Interval for B		Collinearity Statistics	
	B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound	Tolerance	VIF
1 (Constant)	-13,935	3,073		-4,535	,000	-20,418	-7,452		
Edad (años)	,638	,056	,294	11,295	,000	,519	,757	,807	1,240
Peso (Kg)	1,041	,033	,830	31,917	,000	,972	1,109	,807	1,240

a. Dependent Variable: Presión arterial media (alta) mmHg

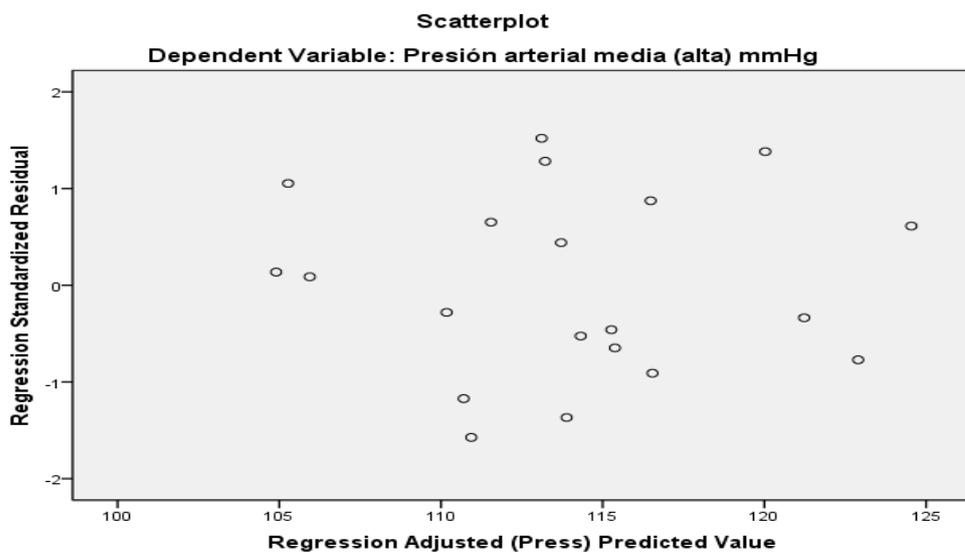
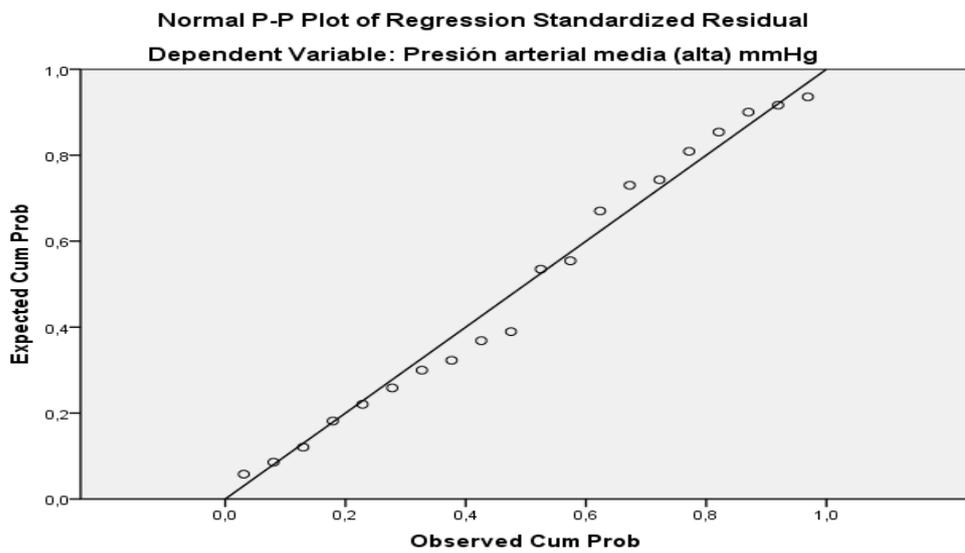
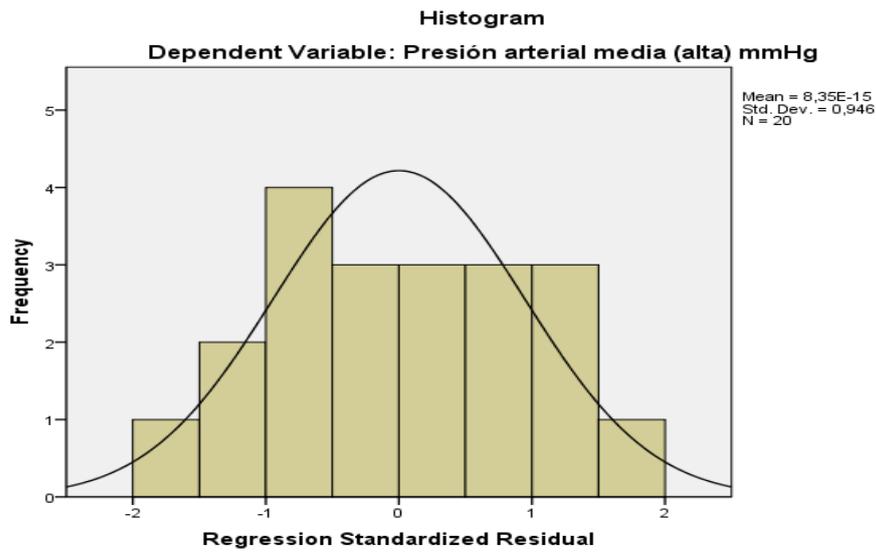
Coefficient Correlations^a

Model			Peso (Kg)	Edad (años)
1	Correlations	Peso (Kg)	1,000	-,440
		Edad (años)	-,440	1,000
	Covariances	Peso (Kg)	,001	-,001
		Edad (años)	-,001	,003

a. Dependent Variable: Presión arterial media (alta) mmHg

Então o modelo final é $y = -13,935 + 0,638*Edad + 1,041*Peso + \text{error}$ pois pelo menos uma as variáveis regressoras parece estar minimizado a existência de multicolinearidade.

h) *Realize o diagnóstico do modelo mediante ao gráfico de probabilidade normal e o gráficos de resíduos que considere necessários. Justifique a resposta.*



Mostra-nos que existe normalidade.

REFERÊNCIAS

HAIR, Joseph F.; TATHAM, Ronald L.; et all. Multivariate data analysis; 5th Edition; Bookman; 1998.

PAULA, Gilberto A.; Modelos de regressão com apoio computacional. Disponível em http://people.ufpr.br/~lucambio/CE225/1S2013/texto_2013.pdf no dia 17/12/13.

FIELD, Andy; Descobrindo a Estatística usando o SPSS; 2ª Edição; Bookman e Artmed; Porto Alegre; 2009.

SOBRE OS AUTORES

Natércio Paulo Mucavele

É docente do departamento de Matemática na Universidade Pedagógica de Moçambique, Pós-graduado no curso de especialização em Estatística e Análise de Dados e actualmente cursa o mestrado em Estatística.

E-mail: mucavelep@yahoo.com.br e : mucavelep@hotmail.com.

Filipe Renaldo Chitoto

É docente do departamento de Matemática na Universidade Pedagógica de Moçambique, Pós-graduado no curso de especialização em Estatística e Análise de Dados e actualmente cursa o mestrado em Estatística.

E-mail: filiperenaldochitoto@yahoo.com.br

Sérgio Afonso Mulema

É docente do departamento de Matemática na Universidade Pedagógica de Moçambique, Licenciado em ensino de Matemática e actualmente cursa o mestrado em Estatística e mestrado em Engenharia Estatística.

E-mail: sergiomulema@gmail.com

Jorge Bernardo Soares

É docente do departamento de Matemática na Universidade Pedagógica de Moçambique, Licenciado em ensino de Matemática e Mestrado em Educação/ Ensino Matemática.

E-mail: jorgebernardo17@yahoo.com.br

José Charles Picardo Mteia

É docente do departamento de Matemática na Universidade Pedagógica de Moçambique, Licenciado em Ensino de Matemática.

E-mail: picardonteia@hotmail.com